

## Derivación de $\epsilon_0$ y $\mu_0$ a partir de los principios fundamentales y definición del conjunto fundamental de las ecuaciones electromagnéticas

André Michaud

→ [Click here for English version](#)  
→ [Cliquer ici pour version française](#)

**Resumen:-** En 1941, el famoso físico Julius Adams Stratton escribía en su obra seminal "*Electromagnetic Theory*" [1]: "*En la teoría del electromagnetismo, las dimensiones de  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  que vinculan respectivamente  $D$  y  $E$ , y  $B$  y  $H$  en el vacío, son perfectamente arbitrarios.*" Esta aserción siempre es válida en nuestros días en el contexto de la electrodinámica clásica, ya que estas dos constantes jamás fueron derivadas de los primeros principios. Será demostrado aquí que las dimensiones de ambas constantes no son arbitrarias y que ambas constantes pueden ser derivadas de los primeros principios.

**Palabras claves:-** Permitividad, permeabilidad, principios primeros, velocidad de la luz, ecuaciones de Maxwell, ecuación de Lorentz, dimensiones electromagnéticas Cms fundamentales.

---

La versión inglesa de este artículo ha sido publicada en 2013:

[International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 7, Issue 4 \(May 2013\), PP. 32-39.](#)

Aquí está su traducción en español:

### I. BREVE HISTORIA

La constante de permitividad eléctrica del vacío  $\epsilon_0$  fue definida por ser verificada luego experimentalmente con precisión en el curso de un experimento por medio de un condensador a placas paralelas de superficie conocida "A" donde las placas fueron separadas por una distancia "d" entre las cuales un voltaje conocido "V" fue mantenido, lo que permitió calcular con precisión la capacitancia "C" correspondiente. Es lo que permitió un cálculo preciso de  $\epsilon_0$  con arreglo a un conjunto de cantidades conocidas con precisión, como descrito en Halliday y Resnick ([2], Sección 30.2):

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{A}$$

Sin embargo, haber sido medida con gran precisión,  $\epsilon_0$  sigue siendo hasta la fecha un valor *ad hoc* que jamás fue derivado de una teoría subyacente.

La constante de permeabilidad magnética del vacío  $\mu_0$  por su parte, fue ajustada al valor por defecto  $4\pi \cdot 10^{-7}$ , y la corriente utilizada para definir el amperio con la ayuda de una balanza a

corriente fue ajustada por convención de manera que  $\mu_0$  conserva el valor por defecto en la ecuación siguiente, como claramente explicado también en Halliday y Resnick ([2], Secciones 34.1 a 34.4):

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d}$$

En este caso también, la constante  $\mu_0$  jamás fue derivada hasta el día de hoy de ninguna teoría subyacente, además de haber sido asignada por defecto. Sin embargo, todos los fenómenos electromagnéticos descritos matemáticamente con la ayuda de estas dos constantes demuestran fuera de toda duda que son exactas y requeridas, aunque ninguna teoría actual puede explicar sus orígenes.

Numerosas tentativas han sido hechas para derivarlas de teorías conocidas, pero ningún resultado se reveló concluyente.

## II. LA VELOCIDAD DE LA LUZ TAL COMO CALCULADA A PARTIR DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL

Examinamos en primer lugar la ecuación que permite calcular la velocidad de la luz ([1], p. 689), y que fue dada a nosotros por Maxwell cuando descubrió hace más de 150 años que la recíproca del producto de las constantes de la permitividad y de la permeabilidad del vacío equivalía al cuadrado de la velocidad de la luz:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1)$$

dónde  $\epsilon_0$  es la constante de permitividad del vacío, cuyo valor es:

$$\epsilon_0 = 1/(4\pi c^2 \cdot 10^{-7}) = 8.854187817E-12 \text{ faradio por metro.}$$

Esta constante fue experimentalmente medida ([2], p. 746).

La constante  $\mu_0$  por su parte es la constante de permeabilidad magnética del vacío y fue calculada de manera muy precisa como siendo:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1.256637061E-6 \text{ henrio por metro.}$$

A partir de la ley de Ampère ([2], p. 848):

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \quad (2)$$

Es muy interesante de tomar nota aquí que la constante de permitividad del vacío  $\epsilon_0$  es en realidad una medida de *capacitancia transversal por metro* (habitualmente simbolizada por "C"), vinculada a la "presencia de energía eléctrica" en electromagnetismo, y que la constante de permeabilidad del vacío  $\mu_0$  es en realidad una medida de *inductancia transversal por metro* (habitualmente simbolizada por "L"), vinculada a la "presencia de energía magnética" en electrodinámica.

La ecuación (1) en hecho, se revela ser el único medio descubierto hasta el día de hoy para calcular la velocidad de la luz a partir de una teoría. Esta ecuación fue conseguida a partir de dos identidades sacadas de la ecuación de Faraday y de la cuarta ecuación de Maxwell:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -d\Phi_B/dt \quad \text{y} \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (i + \epsilon_0 d\Phi_E/dt) \quad (3)$$

Sin entrar en los detalles de la derivación, mencionamos que de estas dos ecuaciones, derivadas parcial segundas equivalentes del campo magnético instantáneo de una onda electromagnética que se desplaza en el vacío con arreglo a la distancia y al tiempo pueden ser puestas en ecuación de la manera siguiente (observamos también que la misma relación puede ser obtenida para el campo eléctrico asociado):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad \text{y/o} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (4)$$

La similitud de esta forma con la ecuación que daba la velocidad de una onda transversal de una cuerda elástica era evidente:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{m_L}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{dando cuando se resuelva} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5)$$

donde F es la tensión aplicada sobre la cuerda expresada en newtons;  $m_L$  es la masa lineal (masa por metro) y  $y = A \cos(kx - \omega t + \phi)$ , sea la amplitud transversal instantánea de la onda en movimiento. Ya que  $F/m_L = v^2$ , sea el cuadrado de la velocidad longitudinal de la onda a lo largo de la cuerda, el paralelo era evidente con la ecuación de onda derivada de las ecuaciones de Maxwell y es pues por similitud que la ecuación (1) fue definida, ya que el producto  $\epsilon_0 \mu_0$  será igual obviamente siempre al cuadrado de la inversa de una velocidad, en este caso:  $1/c^2$ .

Por consiguiente, ya que las condiciones locales que existen por todas partes en el vacío y que determinan los valores de  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  pueden ser presumidas universalmente constantes, esta única axioma es suficiente para concluir que la velocidad de la luz puede ser invariable en todo el vacío, un estado de hecho que ampliamente ha sido demostrado experimentalmente.

Tomamos nota también que un análisis dimensional simple de la relación  $m_L/F$  de la ecuación (5) directamente conduce a la relación  $1/c^2$ . Primero, de la ecuación  $E=mc^2$ , sabemos que m puede ser definido como  $m=E/c^2$ , lo que da a m la dimensión julios/ $c^2$ . Esto resulta para  $m_L$  las dimensiones julios/ $(c^2 \text{ m})$ .

El newton por su parte, que es la dimensión de F de la ecuación (5) se resuelve in última instancia en j/m (julios por metro). He aquí cómo j/m se puede derivar de la definición usual del newton, sea  $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ . El kg es una medida de masa, y de  $m=E/c^2$ , sacamos  $\text{kg} = \text{j}/\text{m}^2/\text{s}^2$ , sea  $\text{j}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$ . Si reemplazamos kg por su equivalente en  $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ , obtenemos  $\text{j}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m}/\text{s}^2\cdot\text{m}^2$ , lo que, después simplificación se hace j/m, sea julios por metro.

Las dimensiones de  $m_L/F$  son pues  $\text{j}/(c^2 \text{ m}) \div \text{j}/\text{m}$ , soit  $(\text{j m})/(c^2 \text{ m j})$ , y simplificando:  $1/c^2$ .

### III. ANÁLISIS DIMENSIONAL DE $\epsilon_0$ Y $\mu_0$

Obviamente,  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  son valores bastante abstraídos y es bastante difícil a primeras vista de imaginar lo que hace que su producto permanece invariable. La unidad tradicional de  $\epsilon_0$  (faradio por metro) y la de  $\mu_0$  (henrio por metro) no nos informan de ninguna manera sobre las dimensiones efectivas de estas constantes.

Pero si las resolvemos hasta sus dimensiones del sistema internacional (SI), descubrimos que  $\epsilon_0$  implica la carga en culombios, la masa en kg, el tiempo en segundos y la distancia en metros ( $\text{Q}^2\cdot\text{s}^2/\text{kg}\cdot\text{m}^3$ ). Del mismo modo,  $\mu_0$  implica también la carga en culombio, la masa en kg y la distancia en metros ( $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{Q}^2$ ). Simplificando, obtenemos m/s como resultado final:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{Q^2}{kg}\right) \times \left(\frac{kg}{Q^2}\right) \times \frac{s^2}{m^2}}} = \frac{m}{s} \quad (13)$$

Este nivel de detalle permite comprender mucho mejor por qué la primera ecuación presentada en este capítulo permite establecer una velocidad en metros por segundo, sea la velocidad de la luz. ¡ Pero puede parecer sorprendente que una unidad de masa, el kilogramo, forme parte de las dimensiones de dos constantes definidas para determinar la velocidad de la energía electromagnética libre en el vacío!

Pero la cuestión es resuelta sin embargo si guardamos a la mente que, como lo vimos al fin de la **Sección II**, el kilogramo mismo es una unidad compuesta que se resuelve en última instancia a  $J \cdot s^2/m^2$ , sea julios (una unidad de energía) divididos por una velocidad al cuadrado.

El mismo problema de oscuridad se presenta para la unidad de la impedancia del vacío ( $Z_0$ ), sea el ohmio. Con la ayuda de las unidades SI que acabamos de resolver, ya podemos determinar el valor del ohmio en unidades SÍ:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{kg \cdot m}{Q^2} \frac{kg \cdot m^3}{Q^2 \cdot s^2}} = \sqrt{\frac{kg^2 \cdot m^4}{Q^4 \cdot s^2}} = \frac{kg \cdot m^2}{Q^2 \cdot s} = \Omega \text{ (Ohm)} \quad (14)$$

¡ Pero reduciendo kg a sus unidades elementales:  $kg = j \cdot s^2/m^2$ , y sustituyendo, ya nos revela que estamos tratando en realidad con julios · secunda por carga al cuadrado!

$$Z_0 = \Omega = \frac{kg \cdot m^2}{Q^2 \cdot s} = \frac{J \cdot s^2}{m^2} \frac{m^2}{Q^2 \cdot s} = \frac{J \cdot s}{Q^2} \quad (15)$$

El misterio se espesa todavía más si intentamos resolver  $Z_0$  a partir de los valores vinculados a  $\pi$  de  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{16 \pi^2 c^2} \cdot 10^{-7} = 4\pi c \cdot 10^{-7} = 376.7303135 \text{ m/s} = \Omega \quad (15b)$$

¡ lo que nos da la impedancia del vacío en ohmios como siendo metros por segundo, es decir una velocidad! Resolveremos esta incompatibilidad aparente un poco más lejos, en la **Sección IX**.

#### IV. LA FUERZA AL RADIO DE DESACOPLAMIENTO DEL PAR ELECTRÓN-POSITRÓN

La manera con la cual un fotón de energía 1.022 MeV puede lógicamente desacoplarse en un par electrón- positrón exhaustivamente ha sido analizada a la referencia [5].

Dado la cantidad permanentemente fija de energía en reposo que el electrón presenta a la distancia de desacoplamiento cuando la separación se vuelve completa, no es excluido que la "carga unitaria" del electrón sea un aspecto no todavía clarificado del movimiento de la energía cinética en relación con esta distancia de desacoplamiento. Esta geometría tri-espacial [3] parece por otra parte dejarlo claramente entrever.

Utilizaremos ahora la ecuación clásica bien conocida de la fuerza  $F=ma$ , en la cual  $a = v^2/r$ , para comenzar esta nueva etapa de nuestro análisis. Conocemos la masa en reposo del electrón, su velocidad teórica asociada con el momento en el espacio electrostático al radio de

desacoplamiento ( $r_d$ ), sea  $c$ , así como su radio de desacoplamiento mismo, como analizado en la referencia [5]:

$$r_d = \frac{\lambda_c}{2\pi} = r_0 \alpha = \sqrt{\frac{K}{E_e}} = 3.861592642 \text{ E} - 13 \text{ m} \quad (16)$$

De acuerdo con nuestra hipótesis, calculamos pues la fuerza que se aplicaría el radio de desacoplamiento del par:

$$F_e = \frac{m_e c^2}{r_d} = 0.212013666 \text{ N} \quad (17)$$

## V. LA VELOCIDAD TRANSVERSAL MÁXIMA DE DESACOPLAMIENTO

En un artículo separado ([3], **Sección 7.5**), acabamos de verificar que la velocidad transversal máxima de la parte de la energía de un fotón que oscila electromagnéticamente entre los espacios electrostático Y y magnetostático Z es alcanzada cuando la mitad de esta energía había dejado del uno o del otro de estos espacios durante cada ciclo.

Sabiendo que la parte correspondiente de la energía del electrón posea el mismo movimiento de oscilación entre los espacios magnetostático Z y normal X y conociendo ahora la fuerza que se aplica el radio de desacoplamiento, estamos en posición para calcular la velocidad transversal máxima de la energía en oscilación, es decir una velocidad transversal máxima que se aplica por definición a todo fotón, dado la identidad de estructura interna que este modelo revela entre los fotones y los electrones.

Sabemos respecto a la estructura del electrón en la geometría tri-espacial como descrita en un artículo precedente ([5], **Sección 2**), que solamente la mitad de su energía oscila dinámicamente, lo que hace que debemos utilizar  $m = m_e/2$  como la masa que debe ser utilizada para este cálculo.

Como tradicionalmente hecho con las constantes  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ , utilizaremos la masa como una representación cómoda para la energía del electrón en relación con el concepto de aceleración transversal, ya que la ecuación fundamental para la aceleración es sensata aplicarse a la masa.

El radio de desacoplamiento conocido permite también de determinar fácilmente que la mitad de la distancia entre la amplitud máxima y el punto de cruce tresespacial será:

$$d = r_d/2 = \lambda/4\pi \quad (18)$$

Una vez más, de  $F=mv^2/r$ , podemos pues derivar  $F=mv^2/d$  y

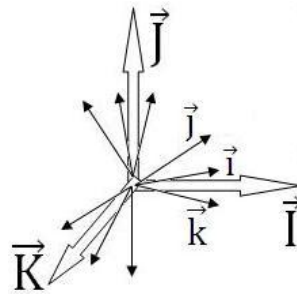
$$v = \sqrt{\frac{Fd}{m}} = 299,792,457.8 \text{ m/s} \quad (19)$$

confirmando así de manera muy interesante, que la velocidad transversal máxima de la energía de un fotón o de un electrón durante su movimiento cíclico de oscilación interna entre ambos estados precisamente es la velocidad de la luz, y que esta velocidad precisamente se alcanza a la mitad de su amplitud en el uno o el otro de los espacios electrostático Y y magnetostático Z.

**VI. DÉFINITION DE L'ENSEMBLE DES VECTEURS UNITAIRES MAJEURS TRISPATIAUX REQUIS**

Antes de ir más lejos con la derivación actual, es útil de poner en perspectiva los vectores unitarios mayores y menores requeridos en el complejo geométrico tresespacial más extendido para permitir una representación adecuada. Este conjunto de vectores unitarios fue completamente descrito y justificado en un artículo [3] precedente, pero sumariamente será descrito aquí para referencia práctica.

El conjunto de los vectores unitarios tradicionales  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  et  $\hat{k}$  ya mencionados en la Sección 6.7 ha sido definidos por supuesto para describir las propiedades vectoriales en el espacio 3D normal. Pero esta geometría más extendida del espacio contiene dos nuevos espacios que son perpendiculares al espacio normal, a cada uno de los cuales debe corresponder su propio vector unitario superior, y su propio conjunto de vectores unitarios menores subordinados el vector superior que le corresponde.



**Figura 1:** Vectores unitarios mayores y menores aplicables al modelo de los tres espacios.

Vamos a definir pues un nuevo súper-conjunto de vectores unitarios mayores que identifican los tres espacios ortogonales como siendo  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$  (o para devolver la notación más fácil:  $\mathbf{Ibar}$ ,  $\mathbf{Jbar}$  and  $\mathbf{Kbar}$ ) lo que hace que cada conjunto local de vectores unitarios menores  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$  se vuelve subordinado al vector unitario superior específico a su propio espacio, los 12 vectores unitarios resultantes (9 menores y 3 mayores) poseyendo por supuesto el mismo origen O.

Cada uno de los tres subconjuntos ortogonales de vectores menores (mostrados a la Figura 6.7 como siendo semis-replegados - recordémonos de la analogía de los paraguas), es decir  $\mathbf{I-i}$ ,  $\mathbf{I-j}$ ,  $\mathbf{I-k}$ , para el espacio normal,  $\mathbf{J-i}$ ,  $\mathbf{J-j}$ ,  $\mathbf{J-k}$  para el espacio electrostático y  $\mathbf{K-i}$ ,  $\mathbf{K-j}$ ,  $\mathbf{K-k}$  para el espacio magnetostático, permite de definir la magnitud vectorial de la energía de una partícula en cada uno de los tres espacios ortogonales coexistentes.

**VII. DERIVACIÓN DE  $\epsilon_0$  Y  $\mu_0$  A PARTIR DE LA FÓRMULA DE ACELERACIÓN TRANSVERSAL**

Volvemos ahora a la ecuación  $F=mv^2/d$ , que podemos ahora formular  $F=mc^2/d$  en el caso del electrón en reposo, para tener en cuenta que su velocidad es la velocidad de la luz en el espacio-Y electrostático cuando alcanza el radio de desacoplamiento (ecuación (17)), sea:

$$F = mc^2/d \tag{20}$$

que se hace después de la sustitución de d por su valor correcto determinado con la ecuación (18):

$$F = \frac{m}{\lambda/4\pi} \frac{c^2}{\lambda} \text{ y finalmente } F = \frac{m}{\lambda} \frac{4\pi c^2}{\lambda} \tag{21}$$

Pues medimos una fuerza que se aplica en el espacio-X normal ( $\mathbf{I}$ ), producida por una aceleración que actúa perpendicularmente en el espacio-Y electrostático ( $\mathbf{J}$ ), es decir, transversalmente respecto a la dirección de movimiento de la partícula en el espacio-X normal:

$$\overrightarrow{\mathbf{F}}_e \mathbf{I} = \frac{m}{\lambda} \overrightarrow{4\pi c^2} \mathbf{J} \quad (22)$$

Habiendo alcanzado la energía su velocidad máxima, es decir  $c$ , después de haber alcanzado la mitad de su amplitud en el espacio-Y electrostático, comenzará a disminuir la velocidad luego hasta la parada completa alcanzando su amplitud máxima, tal como descrito en la referencia [3].

Esta energía acelerará luego de nuevo en el espacio-Z magnetostático ( $\mathbf{K}$ ) hasta que la velocidad de la luz se alcanza en este espacio, sea cuando la mitad de la energía se habrá ido del espacio-Y electrostático. Tendremos pues:

$$\overrightarrow{\mathbf{F}}_m \mathbf{I} = \frac{m}{\lambda} \overrightarrow{4\pi c^2} \mathbf{K} \quad (23)$$

Pues identificamos dos aceleraciones en dos espacios Y y Z mutuamente perpendiculares ( $\mathbf{J}$  y  $\mathbf{K}$ ) que generan cada uno una fuerza que actúa en oposición transversal la una respecto a la otra en el espacio-X normal ( $\mathbf{I}$ ), que es perpendicular a los dos otros espacios. Vemos lo que pasa cuando ejecutamos un producto inverso (para tener en cuenta la ortogonalidad mutua de ambos espacios electrostático Y y magnetostático Z) de estas dos ecuaciones término por término:

$$\frac{\overrightarrow{\mathbf{F}}_m \mathbf{I}}{\overrightarrow{\mathbf{F}}_e \mathbf{I}} = \frac{\overrightarrow{4\pi c^2} \mathbf{K}}{\overrightarrow{4\pi c^2} \mathbf{J}} \quad (24)$$

Ambas cantidades escalares  $\lambda$  y  $m$  se simplificarán por supuesto a la unidad, pero las cantidades vectoriales quedan.

A la Sección 13.2, mencionamos los valores en términos de  $\pi$  de las constantes fundamentales  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ , sea:

$$\epsilon_0 = 1/(4\pi c^2 \bullet 10^{-7}) \quad \text{y} \quad \mu_0 = 4\pi \bullet 10^{-7} \quad (25)$$

¿ No reconozcamos aquí valores que tienen la forma de aceleraciones idénticas a aquellas a quienes acabamos de derivar a partir de la ecuación fundamental de aceleración? Observamos que el factor  $10^{-7}$  que forma parte de las constantes de las ecuaciones (25) es un factor simple de conversión que fue incluido para permitir una conversión entre el sistema de unidad CGS y el sistema de unidad MKS que utilizamos aquí ([1], p24.).

La razón para la cual este factor permanece presente en el sistema MKS está que contrariamente al gramo CGS que es una fracción natural del metro MKS, el ergio CGS es una unidad diferente del julio MKS, lo que hace imposible su integración directa (1 ergio =  $10^{-7}$  julio).

Añadamos pues casos mutuamente reducibles de este factor a la ecuación (24), ya que utilizamos el sistema MKS:

$$\frac{\vec{F}_m \cdot \vec{I}}{\vec{F}_e \cdot \vec{I}} = \frac{4\pi c^2 \vec{K} 10^{-7}}{4\pi c^2 \vec{J} 10^{-7}} \quad (26)$$

Lo que, cuando convertido en el modo escalar, da:

$$1 = \frac{4\pi c^2 10^{-7}}{4\pi c^2 10^{-7}}, \text{ y reordenando: } 1 = \left( \frac{1}{4\pi c^2 10^{-7}} \right) (4\pi 10^{-7}) c^2 \quad (27)$$

lo que permite revelar claramente las definiciones con arreglo a  $\pi$  de las constantes fundamentales  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ , tal como explicado a la **Sección II**:

$$1 = \left( \frac{1}{4\pi c^2 10^{-7}} \right) (4\pi 10^{-7}) c^2 = \epsilon_0 \mu_0 c^2 \quad (28)$$

Lo que, después de haber aislado  $c^2$  y extrae la raíz cuadrada, da la relación siguiente, que es idéntica a la ecuación (1), que antes era derivable solamente a partir de las ecuaciones de Maxwell:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (29)$$

### VIII. LAS CONSTANTES DE ACELERACIÓN TRANSVERSALES CÍCLICAS $\epsilon_0$ Y $\mu_0$

¿ No acabamos de clarificar completamente aquí el origen hasta entonces completamente misterioso de estas dos constantes? Recordemos de lo que Julius Adams Stratton escribía en 1941: "*En la teoría del electromagnetismo, las dimensiones de  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  que vinculan respectivamente  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{E}$ , y  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  en el vacío, son perfectamente arbitrarios.*" ([1], p. 17).

Era obviamente el caso en el electromagnetismo tradicional. ¿ pero no acabamos de comprobar que en la geometría tri-espacial, tienen definitivamente la forma de aceleraciones mutuamente ortogonales, respectivamente en el espacio electrostático y en el espacio magnetostático, en armonía perfecta con el movimiento dinámico interno obligado por toda cantidad de energía cinética localizada en la geometría tri-espacial?

Sabemos desde Maxwell que la energía electromagnética no podría existir sin una intersección de los campos eléctricos y magnéticos, y que tal intersección debe ser cíclica para que la energía pueda ya existir, lo que necesariamente implica una aceleración cíclica, ya que toda velocidad transversal estable impediría las intersecciones de repetirse.

### IX. EL SUBCONJUNTO FUNDAMENTAL DE LAS DIMENSIONES C, M, S

Consideramos la nueva ecuación para calcular la energía derivada en un artículo separado ([6], ecuación (10)), y convertimos la en la forma de una cantidad que sufre una aceleración, sea una cantidad multiplicada por una velocidad al cuadrado y dividida por una longitud en metros. Esto requiera la conversión de  $\epsilon_0$  en su equivalente relativo a  $\pi$ :

$$E = \frac{e^2}{2\epsilon_0 \alpha \lambda} = \frac{e^2 4\pi c^2 10^{-7}}{2\alpha \lambda} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda \alpha} \right) \left( \frac{2\pi c^2}{\lambda \alpha} \right) \text{ con dimensiones } J = \frac{C^2 m}{s^2} \quad (30)$$

Examinando esta relación, observamos que esta cantidad naturalmente toma la forma de una carga unitaria al cuadrado, es decir ( $e^2$ ), con la dimensión  $C^2$  (culombios al cuadrado), que



permite definir el julio (j), que es la unidad tradicional de energía, hacia las dimensiones "culombios<sup>2</sup> · metro por segundo<sup>2</sup>", lo que corresponde claramente a un par de cargas en proceso de sufrir una aceleración.

Recordamos que encontramos dos combinaciones de unidades en apariencia contradictorias como definición del ohmio respecto a la impedancia del vacío ( $Z_0$ ), (ver ecuaciones (15) y (15b)), sea:

$$Z_0 = \Omega = \frac{J \cdot s}{Q^2} = \frac{m}{s} \quad (31)$$

Si sustituimos aquí la nueva definición de los julios que acabamos de establecer con la ecuación (30), efectivamente podemos verificar que ambas definiciones del Ohmio son equivalentes:

$$Z_0 = \Omega = \frac{J \cdot s}{Q^2} = \frac{Q^2 \cdot m}{s^2} \frac{s}{Q^2} = \frac{m}{s} \quad (32)$$

Por consiguiente, para conseguir clarificar finalmente las relaciones entre las cargas (en culombios), la amplitud de oscilación de la energía de un fotón (en metros) y el tiempo (en segundo), utilizaremos para el resto de este capítulo esta nueva definición del julio, es decir  $C^2m/s^2$ , lo que permitirá poner en evidencia un proceso de aceleración presente en todas las ecuaciones asociadas con la energía.

Otra información que el análisis de  $Z_0$  a la **Sección III** nos proporciona es que el factor de conversión  $10^{-7}$  presente en  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ , no forma parte del valor cuya hay que extraer la raíz cuadrada (ver ecuación (15b)), pero es necesario ser aplicado sobre el resultado de esta extracción para que la impedancia correcta sea obtenida. Por la misma ocasión, esto clarifica que aquí también, este factor es exterior al valor al cuadrado de la carga.

Veremos que esta cantidad constante infinitesimal (la carga al cuadrado), que parece estar constituido por 2 cantidades unitarias, conforme a la hipótesis de de Broglie y qué las ecuaciones nos presentan bajo el aspecto de cargas, parece encontrarse en el corazón de cada fotón.

## X. LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE ACELERACIÓN DE LAS CARGAS

Para simplificar la notación, y correctamente poner en evidencia la analogía de estructura con la ecuación tradicional de la aceleración  $F=ma$ , identificamos el par de cargas al cuadrado por  $X$  mayúscula, e identificamos por  $a$  la aceleración asociada que implica el cuadrado de la velocidad de la luz dividida por una distancia transversal igual a la amplitud integrada de la longitud de onda de la energía asociada, que corresponde en contexto a la mitad de esta amplitud integrada a cada lado del eje  $Y-x$ , este último que corresponde a la dirección de movimiento del fotón a lo largo del eje  $X-x$  del espacio- $X$  normal en el vacío. A partir de este punto, utilizaremos  $X$  y  $a$  definidos de la manera siguiente:

$$X = e^2 \cdot 10^{-7} = 2.566969415E - 38 C^2 \cdot 10^{-7} \quad \text{et} \quad a = \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \quad (33)$$

Convertiremos aquí algunas de las ecuaciones mayores de la electrodinámica para percibir más fácilmente la complexification progresiva de las ecuaciones a partir de la para la energía hasta la para la densidad de energía, que todas contienen la relación de aceleración transversal " $Xa$ " que acabamos de identificar.

## XI. DEFINICIÓN DEL CONJUNTO DE LAS ECUACIONES ELECTROMAGNÉTICAS FUNDAMENTALES

Antes de ir más lejos, establecemos claramente lo que debe ser comprendido por "*longitud de onda transversal*", y "*amplitud de oscilación transversal*" de la energía de una partícula.

La relación entre la longitud de onda de una partícula localizada y el cálculo de su energía por integración esférica de su energía es estudiada detalladamente en el artículo separado [6]. El análisis hecho en este capítulo permitió definir la *longitud de onda transversal* de una partícula electromagnética como correspondiendo a la longitud de onda absoluta de la energía de esta partícula ( $\lambda=hc/E$ , o  $\lambda=h/mc$ ) multiplicada por la constante de estructura fina ( $\alpha$ ). La amplitud de oscilación transversal de la energía de una partícula electromagnética elemental será pues, a partir de la ecuación (33):

$$A\alpha = \frac{\lambda\alpha}{2\pi}, \quad \text{o} \quad \mathbf{a} = \frac{c^2}{A\alpha} = \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \quad \text{como definido con la ecuación (33)} \quad (34)$$

Podemos ahora definir una ecuación general equivalente tanto a  $E=mc^2$  (para la energía de una partícula masiva en reposo) que a  $E=hf$  (para la energía de un fotón), dado la similitud de estructura interna de ambas partículas, sea:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = mc^2 = Xa = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda^2 \alpha^2} \right) \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \quad \text{con dimensiones} \quad J = \frac{C^2 m}{s^2} \quad (35)$$

Contrariamente a ambas ecuaciones tradicionales sin embargo, la nueva ecuación pone en evidencia claramente la aceleración electromagnética transversal de dos cargas unitarias, tal como ya mencionado.

El lector sabio verá inmediatamente la relación con la ecuación de Coulomb, que calcula justamente la fuerza entre 2 cargas separadas, y la energía asociada cuando se divide esta fuerza por la distancia entre ambas cargas, y que se vuelve directamente aplicable en el interior de un fotón, ya que puede ahora ser visto como que contiene el equivalente de 2 cargas unitarias.

Si se considera en contexto dos cargas unitarias, obtenemos pues:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = \frac{Xa}{d} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda^2 \alpha^2} \right) \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2 \alpha^2} \quad \text{con dimensiones} \quad N = \frac{J}{m} = \frac{C^2}{s^2} \quad (36)$$

La interacción asociada con la fuerza magnética que implica dos partículas electromagnéticas puede también expresarse bajo esta forma ([8], ecuación (1)). Con la ayuda de la definición del momento dipolar magnético establecido en la referencia ([6], ecuación (35a)), sea  $\mu=E/2\mathbf{B}=e\alpha^2\lambda/4\pi$ , podemos escribir:

$$F = \frac{3\mu_0}{4\pi r^3} \frac{\mu^2}{r} = \frac{Xa}{d} \frac{3\alpha^2}{4} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda^2 \alpha^2} \right) \frac{3\pi^2 c^2}{\lambda^2} \quad \text{con dimensiones} \quad N = \frac{J}{m} = \frac{C^2}{s^2} \quad (37)$$

A partir de la ecuación (35) para la energía, la masa se hace por supuesto la energía dividida por  $c^2$ :

$$m = \frac{X}{A\alpha} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda^2 \alpha^2} \right) \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha c^2} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda^2 \alpha^2} \right) \frac{2\pi}{\lambda\alpha} \quad \text{con dimensiones} \quad \text{kg} = \frac{C^2}{m} \quad (38)$$

Esta última redefinición de la masa es particularmente importante ya que es la forma que permitió la unificación de todas las ecuaciones clásicas de fuerza en el artículo separado [7].

La ecuación general del cálculo de las masas respectivas del quark abajo, del quark arriba y del electrón, que será establecida en la referencia ([9], Sección 17.10) se formulará pues como sigue:

$$m_{[d,u,e]} = \frac{X}{A_c \alpha} \frac{9}{n^2} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda_c \alpha} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c \alpha} \frac{9}{n^2} \quad \text{donde } (n=1,2,3) \quad (39)$$

donde  $\lambda_c$  es la longitud de onda de Compton del electrón.

La constante de Planck se define por su parte así:

$$h = \frac{X 2 \pi c}{\alpha} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\alpha} \frac{1}{c} \quad \text{con dimensiones } J \cdot s = \frac{C^2 m}{s} \quad (40)$$

Podemos también observar que la expresión para  $\hbar$  (hbar) nos aleja todavía más de la forma de una cantidad que sufre una aceleración:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{Xc}{\alpha} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\alpha} \frac{1}{2\pi c} \quad \text{con dimensiones } J \cdot s = \frac{C^2 m}{s} \quad (41)$$

La constante alternativa basada sobre la distancia nombrada temporalmente **constante de intensidad electromagnética** cuando fue definida en el artículo ([3], Sección J) se hace:

$$H = hc = \frac{X 2 \pi c^2}{\alpha} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\alpha} \quad \text{con dimensiones } J \cdot m = \frac{C^2 m^2}{s^2} \quad (42)$$

Podemos comprender que H es en realidad la **constante de aceleración electromagnética transversal**. Posiblemente la más fundamental constante que sea posible de definir en electromagnetismo. Basta de dividirla por la longitud de onda absoluta de cualquier partícula elemental y masiva o no, para obtener su energía.

¡ Al mismo tiempo, esta relación hecha claramente percibir que **h**, sea la constante de Planck, actúa también transversalmente y es en realidad una **constante de acción electromagnética transversal**!

Pues, si volvemos a definir las primera y segunda constantes de radiación de Planck utilizando esta **constante de aceleración electromagnética transversal** (H), se hacen:

$$c_1 = 2\pi h c^2 = 2\pi H c \quad \text{y} \quad c_2 = hc/k = H/k,$$

y se vuelve mucho más evidente que la ecuación de radiación del cuerpo negro de Planck mencionada anteriormente es muy directamente vinculada a las ecuaciones de Maxwell ya que **H** directamente es conseguido por consideraciones electromagnéticas.

Podemos también fácilmente reformular la **constante de inducción de energía electrostática** (K) del electrón anteriormente definida en términos de la constante H y también asociarla con la aceleración electromagnética:

$$K = m_0 c^2 \left( \frac{\lambda_c}{2\pi} \right)^2 = H \frac{\lambda_c}{4\pi^2} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha} \right) \frac{c^2}{\alpha} \frac{\lambda_c}{2\pi} \quad \text{con dimensiones } J \cdot m^2 = \frac{C^2 \cdot m^3}{s^2} \quad (43)$$

La expresión del campo eléctrico local para fotón individual localizado descrita en el artículo [6], sacada de la ecuación de Lorentz se hace:

$$\mathbf{E} = \frac{F}{ae} = \frac{Xa}{Aa^2e} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \frac{2\pi}{\lambda\alpha} \frac{1}{ae} \quad \text{con dimensiones } \frac{J}{Cm} = \frac{C}{s^2} \quad (44)$$

La expresión del campo magnético local correspondiente será:

$$\mathbf{B} = \frac{Xa}{Aa^2ec} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \frac{2\pi}{\lambda\alpha} \frac{1}{aec} \quad \text{T} \quad \text{con dimensiones } T = \frac{Js}{Cm^2} = \frac{C}{sm} \quad (45)$$

Y la expresión de la densidad de la energía de un fotón localizada en el volumen (V), tal como definida en la referencia ([6], ecuación (40i) se hace:

$$U = \frac{Xa}{V_{\lambda\alpha}} = \left( \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda\alpha} \right) \frac{2\pi c^2}{\lambda\alpha} \frac{2\pi}{\lambda\alpha} \frac{1}{ae} \frac{\pi e}{\alpha^2 \lambda^2} \quad \text{con dimensiones } \frac{J}{m^3} = \frac{C^2}{s^2 m^2} \quad (46)$$

Observamos también que:

$$U = \epsilon_0 \mathbf{E}^2 = \frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} = \frac{F\pi}{\lambda^2 \alpha^4} \quad J/m^3 \quad (47)$$

## XII. CONCLUSIÓN

Podemos pues observar de manera concluyente que las constantes  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  ambos son directamente vinculadas a la aceleración interna transversal de las cantidades de energía libre en esta geometría tri-espacial más extendida, que permite también de definir el conjunto fundamental de ecuaciones electromagnéticas.

## XIII. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Julius Adams Stratton. **Electromagnetic Theory**, McGraw-Hill, 1941.
- [2]. Robert Resnick & David Halliday. **Physics**. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [3]. André Michaud. **The Expanded Maxwellian Space Geometry and the Photon Fundamental LC Equation**. International Journal of Engineering Research and Development, e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X, Volume 6, Issue 8 (April 2013), PP. 31-45.
- [4]. André Michaud. **From Classical to Relativistic Mechanics via Maxwell**. International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X, Volume 6, Issue 4 (March 2013), PP. 01-10.
- [5]. André Michaud. **The Mechanics of Electron-Positron Pair Creation in the 3-Spaces Model**. International Journal of Engineering Research and Development, e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X, Volume 6, Issue 10 (April 2013), PP. 36-49.
- [6]. André Michaud. **Field Equations for Localized Individual Photons and Relativistic Field Equations for Localized Moving Massive Particles**. International IFNA-ANS Journal, No. 2 (28), Vol. 13, 2007, p. 123-140, Kazan State University, Kazan, Russia.
- [7]. André Michaud. **Unifying All Classical Force Equations**. International Journal of Engineering Research and Development, e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 6, Issue 6 (March 2013), PP. 27-34.

- [8]. André Michaud. **On the Magnetostatic Inverse Cube Law and Magnetic Monopoles**, International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X. Volume 7, Issue 5 (June 2013), PP.50-66.
- [9]. André Michaud. **Electromagnetic Mechanics of Elementary Particles - 2nd Edition"** (2017). Scholar's Press. Saarbrücken, Germany. 2017. ISBN: 978-3-330-65345-0.