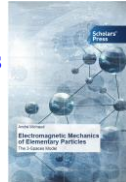


Unificación de las ecuaciones de fuerza clásicas

André Michaud

Este artículo es

parte de
**Electromagnetic Mechanics
of Elementary Particles**
publicado por
Scholar's Press



tomado del libro de
divulgación
**Expanded
Maxwellian
Geometry of Space**



- [Click here for English version](#)
- [Cliquer ici pour version française](#)
- [Hier anklicken für die Deutsche Fassung](#)

Resumen:

Puede ser demostrado que todas las ecuaciones clásicas de fuerza pueden ser derivadas las unas de las otras a través de una nueva definición de los campos eléctricos y magnéticos discretos para partículas masivas localizadas [5], y que todas corresponden a la ecuación de aceleración fundamental de Newton $F=ma$.

Palabras claves:- Fuerza gravitacional, fuerza electrostática, Newton, Coulomb, Lorentz

Nota: La versión inglesa de este artículo ha sido publicada en 2013 en el International Journal of Engineering and Development, y se puede consultar en el sitio web del Journal:

International Journal of Engineering Research and Development e-ISSN: 2278-067X, p-ISSN: 2278-800X, Volume 6, Issue 6 (March 2013), PP. 27-34

Toda referencia formal a este artículo debe ser hecha a la versión inglesa publicada al International Journal of Engineering and Development.

Aquí está su traducción en español:

1- Fuerza gravitacional inversamente proporcional al cuadrado de la distancia

Está establecido desde hace mucho tiempo que todos los planetas se desplazan alrededor del Sol sobre órbitas elípticas que tienen el Sol a uno de sus puntos focales (primera ley de Kepler) y que una línea que une un planeta al Sol recorra áreas iguales en tiempos iguales (la segunda ley de Kepler). Kepler establece también que el cuadrado del período (T) de todo planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo de la distancia media entre este planeta y el Sol (su tercera

ley). Estas leyes sin embargo son solamente descriptivas y no ofrecen ninguna explicación teórica que identifica la causa de estas regularidades.

Fue Newton quien introdujo después el concepto de "fuerza" y confirmó la validez al nivel general de su teoría clásica de la gravitación derivando las tres leyes de Kepler a partir de sus ecuaciones gravitacionales. Georges Gamow, beneficiario del premio Nobel para su contribución a la teoría de la relatividad, resume claramente cómo Newton procedió en su libro de divulgación científica "La gravitación" ([1], Capítulos 2, 3 y 4). Notamos que se puede encontrar una demostración similar, aunque menos completa, de la tercera ley de Kepler en Halliday y Resnick "Physics" ([2], p 402).

En el curso de su análisis de las dos primeras leyes de Kepler, Newton sacó la conclusión que el movimiento de todo planeta alrededor del Sol puede ser simplificado como siendo circular a una distancia del Sol igual al radio medio de su órbita elíptica. Es lo que permite asociar la aceleración centrípeta de un movimiento circular (v^2/r) con el movimiento orbital, donde "v" está la velocidad de un cuerpo en órbita de masa "m" y cuyo radio de la órbita circular teórica es "r".

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

La premisa básica de Newton era que cada planeta y el Sol estaban siendo atraídos el uno al otro con una fuerza proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sí, una relación que puede representarse matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (2)$$

donde "M" representa la masa del Sol, "m" la masa de un planeta y "r" el radio de la órbita de este planeta y "G" es una constante que debía ser determinada experimentalmente.

Así como lo explica Gamow, la intuición de Newton era que la aceleración centrípeta multiplicada por la masa de un planeta debería ser igual a la fuerza gravitacional de atracción, lo que implicaba que las ecuaciones (1) y (2) eran equivalentes:

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad (3)$$

Por otra parte, dado que la longitud de una órbita circular está "2πr" respecto a su radio, el período (T) de una revolución será dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \text{de donde} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en la ecuación (3), obtenemos:

$$\frac{m}{r} \left(\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \right) = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{y simplificando:} \quad 4\pi^2 r^3 = GMT^2 \quad (5)$$

lo que establece claramente, como Newton lo demostró, que el cubo del radio medio "r" de una órbita es proporcional al cuadrado del período "T" del cuerpo en órbita, lo que precisamente es la tercera ley de Kepler. Un cálculo infinitesimal demostraría que la misma ley se aplicaba también para las órbitas elípticas.

No obstante, la ecuación (5) permite mucho más que confirmar la tercera ley de Kepler. Permite calcular "G" a partir de un conjunto de parámetros bien conocidos por la órbita de la Tierra, lo que confirmará el valor de "G" determinado experimentalmente. Pues, aislando "G" en la ecuación (5), obtenemos:

$$G = \frac{4\pi^2 r^3}{M T^2} \quad (6)$$

He aquí pues la definición general de la constante "G", donde "M" representa la masa estimada del Sol ($M=1.9891E30$ kg), "r" el radio medio de la órbita de la Tierra ($r=1.4959787E11$ m) y "T" el tiempo requerido para que la Tierra complete una órbita, sea un año ($T=3.15581E7$ s). Estos datos son sacados del **CRC Handbook of Chemistry and Physics, 2004**.

El valor de la constante gravitacional "G" habiendo sido establecido experimentalmente por medios diversos como que es $G=6.673E-11$ Newton \cdot m² / kg², vemos cual valor es obtenido a partir de los valores conocidos de la órbita terrestre alrededor del sol:

$$G = \frac{4\pi^2 r^3}{M T^2} = \frac{4\pi^2 (1.4959787E11)^3}{1.9891E30 \times (3.15581E7)^2} = 6.672024824E-11 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \quad (7)$$

Observamos que el valor obtenido coincide por supuesto con el valor experimental porque el margen de error para este dato es $0.003E-11$ Nm² / kg².

Por supuesto, tal ejercicio puede parecer totalmente fútil, considerado que estos valores para M, r y T de la órbita terrestre han sido obtenidos con la ayuda de G. Pero este ejercicio ha sido hecho para establecer el procedimiento que hay que seguir en un caso para el cual los parámetros orbitales justamente no han sido obtenidos con la ayuda de la constante universal de gravitación G, y que vamos pronto a analizar.

2- Fuerza electrostática inversamente proporcional al cuadrado de la distancia

Examinamos ahora otra ecuación de fuerza bien conocida que permite calcular la fuerza a la órbita en reposo del átomo de Bohr, sea la ecuación de Coulomb aplicada al átomo de hidrógeno aislado, donde "k" está la constante de Coulomb, cuya definición está " $1/4\pi\epsilon_0$ " donde " ϵ_0 " está la constante de permitividad eléctrica del vacío.

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 8.238721806E-8 \text{ N} \quad (8)$$

¿ Por qué se referir aquí a la ecuación de Coulomb aplicada al átomo de Bohr? Simplemente porque se utiliza tradicionalmente en muchas obras de referencia para comparar la fuerza electrostática (fuerza de Coulomb) a la fuerza de la gravedad, y por lo tanto "probar" que la fuerza gravitacional es inmensamente menor que la fuerza electrostática.

Es en efecto habitual en las obras de introducción a la física, por ejemplo el famoso "Physics" de Halliday y Resnick ([1], p. 1192) y tantas otras obras, de hacer una adecuación entre la ecuación de Coulomb y la ecuación de la mecánica clásica de Newton $F=ma$, que es demostrada por otro lado por Gamow como que es igual a la ecuación gravitacional para probar la tercera ley de Kepler), para demostrar, paradójicamente, que $F=ma$ también proporciona exactamente la misma fuerza que la ecuación de fuerza electrostática de Coulomb.

Utilizando la masa conocida del electrón ($m=9.10938188E-31$ kg), el radio clásico de la órbita en reposo del átomo de Bohr ($r=5.291772083E-11$ m) y la velocidad clásica del electrón sobre esta órbita ($v=2187691.253$ m/s), reproducimos aquí este cálculo muy bien documentado:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = ma = m \frac{v^2}{r} = 9.10938188 E - 31 \frac{(2187691.253)^2}{5.291772083 E - 11} = 8.238721809 E - 8 N \quad (9)$$

y efectivamente, observamos que la fuerza calculada exactamente es la misma con ambas ecuaciones.

3- Ratio dudoso entre las fuerzas gravitatoria y electrostática

¡ Sin embargo, y paradójicamente, a pesar de haber probado que la ecuación (8) y la ecuación (2) son separadamente iguales a la ecuación (1), es decir $F=ma$, obras de introducción a la física ([3], p 465), dan de manera rutinaria el ejemplo que sigue para "probar" que la fuerza electrostática (de la ecuación de Coulomb) es inmensamente más intensa que la fuerza gravitacional!

De hecho, cuando la ecuación gravitacional (2) se resuelve con la constante de gravitación "G", la masa "M" del protón, la masa "m" del electrón y el radio "r" de la órbita de Bohr, obtenemos la siguiente intensidad de la fuerza, que está en total contradicción con el hecho comprobado que, por un lado, la ecuación (1) se demostró que es igual por definición a la ecuación (2), y en segundo lugar, que la misma ecuación (1) se ha demostrado como igual a la ecuación (8):

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = 6.673E - 11 \frac{1.677E - 27 \times 9.110E - 31}{(5.291E - 11)^2} = 3.643E - 47 \quad (10)$$

A continuación, se establece un ratio dividiendo la ecuación la fuerza electrostática (8) por la ecuación de la fuerza gravitacional (2), resuelta con datos reales del átomo de Bohr como a la ecuación (10), que parece revelar que la fuerza gravitacional sería 39 órdenes de magnitud menos intensa que la fuerza electrostática:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 GMm} = 2.262E39 \quad (11)$$

¡ Pero cómo estos autores pueden lógicamente considerar tal propuesta después de haber demostrado por otro lado en contradicción total que $F=ma$ procura exactamente la misma fuerza en ambos casos, un hecho que ya comprobamos nosotros mismos con ambas ecuaciones, gravitacional (3) y electrostática (9)!

Parece incomprensible que nadie en la comunidad no se ha dado cuenta, y al menos intentado resolver esta inconsistencia en el pasado, debido a que es lógicamente imposible que dos ecuaciones que serían iguales a una tercera no serían iguales entre sí. Una razón sería posiblemente la impresión general de que la mecánica clásica entregó desde hace tiempo todos sus secretos.

¿ Entonces, cuál podría ser la solución de este enigma aparente?

4- La Masa del Sol incluida en la constante gravitacional (G)

Una reexaminación de la ecuación (7) revela la solución de esta paradoja aparente.

Observamos que la definición tradicional de la constante "G", como se demuestra por la ecuación (7), en la forma que permite derivar la tercera ley de Kepler, utiliza 3 variables que son tratadas como constantes cuyos valores, completamente adaptadas para el orden de magnitud astronómico, están lejos fuera de proporción para mezclar con valores del nivel atómico, lo que

precisamente es lo que se produce estableciendo el ratio (11) con la ecuación (10), lo que conduce a la comparación totalmente inapropiada encontrada en tantas de obras de referencia.

Efectivamente, observamos que:

¡ La utilización del valor estándar de "G" para calcular la fuerza que se aplica sobre un electrón en el átomo de Bohr equivale a calcular la fuerza que se aplicaría a un electrón que se mueve en la órbita de la Tierra alrededor del Sol, ya que la masa del Sol, el radio de la órbita de la Tierra y el tiempo que la Tierra toma para completar una órbita alrededor del Sol directamente son incluidos en la constante astronómica "G"!

¡ Cómo podrían estos valores astronómicos efectivamente contrabalancear lógicamente la masa del protón, el radio de la órbita en reposo de Bohr y el tiempo que toma un electrón para recorrer esta órbita!

Considerando que la constante "G" definida con la masa del sol, el radio de la órbita de la Tierra y el tiempo que la Tierra toma para completar una órbita, es utilizada para calcular la fuerza aplicada sobre la Tierra en el sistema solar, ¿ no parecería más lógico antes de establecer el ratio (11) en las obras de referencia, de utilizar a una constante "G_p" definida con la masa del protón, el radio de Bohr y el tiempo que toma el electrón para completar una órbita de Bohr, para calcular la fuerza aplicada sobre el electrón en el átomo de Bohr con la ecuación gravitacional?

Veamos si la inconsistencia observada puede ser resuelta si procedemos de esa manera.

5- Incorporación de la masa del protón en la constante gravitacional

Establecemos en primer lugar los valores necesarios para calcular un "G" válido para el átomo de hidrógeno. Primero, con el radio de la órbita de Bohr ($r_o=5.291772083E-11$ m), la frecuencia ($6.57968391E15$ Hz) de la energía inducida (27.21138345 eV) el radio de Bohr en virtud de la fuerza de Coulomb, podemos calcular el tiempo "T" que el electrón tomará para recorrer una vez la órbita de mínima acción del modelo de Bohr:

$$T = 1 \text{ sec} / 6.57968391E15 \text{ Hz} = 1.519829851E-16 \text{ sec.} \quad (12)$$

La masa del protón siendo $M = 1.67262158E-27$ kg, ahora estamos listos para calcular un valor de "G" coherente con el orden de magnitud del átomo de Bohr y de la ecuación de Coulomb que se aplica al átomo de hidrógeno:

$$G_p = \frac{4\pi^2 r_o^3}{M_p T^2} = 1.514172983E29 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \quad (13)$$

6- Corrección de la falta de coherencia del ratio clásico

Volvemos a recalcular ahora la fuerza al radio de Bohr con la ecuación gravitacional con el valor de "G" corregido:

$$F_g = G_p \frac{M_p m_e}{r_o^2} = 8.238721759 \text{ E} - 8 \text{ N} \quad (14)$$

¡ Que nos proporciona exactamente el mismo valor que la ecuación de Coulomb!

¡ Así vemos pues que la así llamada "universal" y "supuestamente invariable" constante de gravitación "G" podría no ser tan universal y invariable que generalmente se piensa!

Acabamos exactamente de verificar, contrariamente a la demostración evidentemente incorrecta que se encuentra en tantas obras de referencia, que exactamente obtenemos la misma fuerza con la ecuación gravitacional (14) que con la ecuación de Coulomb (8), si se utiliza un valor lógicamente correcto de "G". Si volvemos a calcular el ratio (11) con este valor corregido de "G", obtenemos finalmente "1" como resultado, *lo que puede significar una sola cosa, sea que la fuerza electrostática y la fuerza gravitacional son la misma fuerza.*

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G_p M_p m_e} = 1 \quad (15)$$

La prueba final de la identidad de estas dos fuerzas será que esta corrección nos permitirá ahora demostrar la identidad completa de todas las ecuaciones clásicas de fuerza. Procedemos pues a esta demostración.

7- Eliminación de la masa central de la ecuación gravitacional

Si reemplazamos "G" por su definición detallada (13) en la ecuación gravitacional (14), obtenemos:

$$F = \frac{4\pi^2 r_o^3}{M_p T^2} \frac{M_p \bullet m_e}{r_o^2} \quad (16)$$

Observamos inmediatamente que la masa "M" puede ser simplificada ya que ambos ocurrencias de "M" representan de manera coherente la misma masa central del sistema orbital considerado (aquí, la masa del protón). Podemos también ver que el radio "r" de la órbita se simplificará considerablemente ya que el radio incorporado a la definición de "G" es ahora lo mismo que en la ecuación de la fuerza gravitacional, y que es en el caso presente el radio de la órbita fundamental del átomo de Bohr:

$$F = \frac{4\pi^2 r_o m_e}{T^2} = 8.238721759 E - 8 N \quad (17)$$

Es particularmente interesante notar que el cálculo con la ecuación gravitacional de la fuerza que actúa entre un cuerpo en órbita y una masa central no necesita que esta masa central esté presente en la ecuación. Solamente la longitud de la órbita ($\lambda=2\pi r$), el tiempo requerido para completar una órbita, es decir la inversa de la frecuencia (1/f), y la masa del cuerpo en órbita son requeridos. Veremos un poco más lejos, por otra parte, que la ecuación gravitacional se reduce finalmente a la más simple de las ecuaciones fundamentales de fuerza, es decir $F=ma$. Multipliquemos ahora ambos lados de la ecuación (17) por "r" para obtener la energía inducida a la distancia que separa ambos cuerpos:

$$E = Fr = \frac{4\pi^2 r_o^2 m_e}{T^2} = \frac{(2\pi r)^2 m}{T^2} = (\lambda f)^2 m = 4.359743805 E - 18 J \quad (18)$$

Aplicamos ahora la misma multiplicación por "r" sobre la ecuación de Coulomb (8):

$$E = Fr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 4.359743805 E - 18 J \quad (19)$$

Observamos que la ecuación (18), derivada de la ecuación gravitacional, y la ecuación (19), derivada de la ecuación de Coulomb, proporcionan ambas la energía correcta inducida a la órbita de Bohr.

Tenemos pues aquí la prueba matemática que la gravitación parece aplicarse dentro del átomo de Bohr, de la misma manera que en el Sistema solar, cuando valores lógicos son utilizados en la definición de la constante "G", es decir, con arreglo a la inversa del cuadrado de la distancia en ambos casos, y exactamente de la misma manera y con la misma intensidad.

Veremos más lejos que se aplica más que probablemente también dentro del átomo verdadero de hidrógeno y todos los demás átomos, porque vamos a demostrar que incluso la ecuación de Lorentz y la ecuación de Coulomb, que acaban al electrón verdadero, son también iguales a $F=ma$.

7.1- *Cómo obtener una primera medida directa de masa en el Sistema solar*

Esto echa una nueva luz sobre la manera con la cual la constante gravitacional tradicionalmente ha sido utilizada, para medir las masas de los planetas y del Sol en el Sistema solar. El hecho de que la masa central desaparece por simplificación en la ecuación de fuerza, tal como mostrado con la ecuación (17), revela que en el mejor caso, obtuvimos hasta ahora ratios simples de masas para todos los cuerpos del Sistema solar, lo que significa que la masa de la tierra, medida por primera vez en 1798 por Cavendish nunca ha sido comparado con una masa conocida con precisión.

Para obtener una primera referencia masiva medida directamente en el Sistema solar, sería necesario comparar la masa de un cuerpo en órbita natural en el Sistema solar con la masa de un cuerpo hecha por el hombre, que sería puesto en órbita alrededor de este cuerpo natural.

El modo de proceder sería eventualmente poner la masa más grande que posible en órbita alrededor del satélite natural más pequeño que podemos fácilmente observar en el Sistema (Phobos o Déimos, o uno de los satélites de Júpiter, posiblemente), para medir luego la oscilación (wobble) del satélite natural contra la masa satelizada, y con estos datos, calcular su masa exacta.

Con esta primera masa natural en órbita medida con precision, la masa de su astro central puede luego ser calculada, y a partir de los ratios muy precisos que tenemos para todos los demás cuerpos del sistema solar, sus masas respectivas y finalmente la masa del Sol y la de la Tierra.

He aquí cómo esta oscilación puede ser calculada. Aunque la ecuación gravitacional proporciona la fuerza de atracción correcta entre dos cuerpos en órbita uno alrededor del otro, no proporciona el centro de traslación alrededor del cual ambos cuerpos están en órbita. Vemos cómo calcular este centro de traslación. Una regla muy simple de la mecánica revela que en un sistema de cuerpos cautivos de un movimiento de traslación alrededor de un centro común, el producto del radio de traslación y de la masa correspondiente será igual al producto del radio de traslación del otro cuerpo por la masa de este último:

$$Mx=m(r-x)$$

Podemos ahora volver a definir " m_e " en términos de " M_p ", " r_o " y " x ":

$$m = \frac{M_p x}{r_o - x}$$

Sustituimos ahora el valor de " m " en la ecuación gravitacional:

$$F = \frac{G_p M_p M_p x}{r_o^2 (a_o - x)} = \frac{G_p M_p^2 x}{r_o^3 - r_o^2 x}$$

Si aislamos " x ", y calculamos, obtenemos:

$$x = \frac{Fr_0^3}{G_p M_p^2 + Fr_0^2} = 2.880420459E-14 \text{ m}$$

que es el radio de la órbita que el protón traza alrededor del centro común de traslación que comparte con el electrón y que es la causa de la oscilación del protón en el átomo aislado de hidrógeno, debido al movimiento del electrón sobre su órbita, tal como Bohr lo hizo la hipótesis. Confirmamos pues el método volviendo a calcular la masa del electrón con la ecuación para el centro de traslación del sistema:

$$m = \frac{M_p x}{r_0 - x} = 9.10938194 E - 31 \text{ kg}$$

lo que exactamente es la masa bien conocida del electrón.

8- Derivación de $F=ma$ a partir de la ecuación de fuerza gravitacional

Tal como resumido al principio de este artículo, es bien conocido que la tercera ley de Kepler puede ser derivada suponiendo que la ecuación de fuerza fundamental (1), sea $F=ma$, sería igual a la ecuación de fuerza gravitacional (2). Pero ya que estas dos ecuaciones de fuerza pueden estar consideradas como iguales, debería ser posible derivarlas una de la otra.

Ya que la ecuación de fuerza más sencilla es la ecuación (1), vamos a demostrar cómo esta última puede ser derivada de la ecuación gravitacional. Sin embargo, esto puede ser cumplido solamente si la masa central "M", el radio "r" y el tiempo "T" definiendo "G" (respectivamente las ecuaciones (7) y (13)) son los mismos "M", "r" y "T" que son utilizados en la ecuación gravitacional (respectivamente las ecuaciones (2) y (14)).

Cuestión coherencia, utilizaremos los parámetros conocidos del átomo de hidrógeno de las ecuaciones (13) y (14), pero la misma demostración puede ser hecha con los parámetros astronómicos de las ecuaciones (7) y (2).

Vimos con las ecuaciones (16) y (17) que cuando las variables que definen "G" son integradas en la ecuación gravitacional, la ecuación (16) se reducía a:

$$F = \frac{4\pi^2 r m}{T^2} \quad \text{que puede ser reorganizada así:} \quad F = m r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (20)$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación (20) por ocurrencias de "r" que se cancelan mutuamente permite la transformación siguiente:

$$F = m r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{r}{r} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \quad (21)$$

Ya que la longitud de una órbita ($2\pi r$) dividida por el tiempo (T) tomado para completar una órbita, es la velocidad (v) del cuerpo sobre esta órbita, podemos escribir:

$$F = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{m}{r} (v)^2 = m \frac{v^2}{r} = ma \quad \text{sea} \quad F=ma \quad (22)$$

lo que completa la demostración.

9- Derivación de la ecuación de fuerza $F=ma$ a partir de la ecuación de Coulomb

Demostremos ahora que podemos también reducir la ecuación de Coulomb a la forma $F=ma$ para el electrón sobre la órbita de Bohr, y de ese modo, para el valor medio del orbital de mínima acción del átomo de hidrógeno.

Sustituimos en la ecuación (8) una definición estándar pero poco documentada de la constante de permitividad eléctrica del vacío, sea ($\epsilon_0=1/(4\pi c^2 \cdot 10^{-7})$):

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_o^2} = \frac{4\pi c^2 \cdot 10^{-7}}{4\pi} \frac{e^2}{r_o^2} = \frac{e^2 \cdot 10^{-7}}{r_o^2} c^2 \quad (23)$$

Después de un desarrollo en relación con el campo magnético del electrón en movimiento publicado por Paul Marmet en 2003 [4], una nueva y muy útil definición de la energía fue derivada en un artículo precedente ([5], ecuación (11)), en la que la longitud de onda absoluta de la energía es la única variable:

$$E = hf = \frac{e^2}{2\epsilon_0\alpha\lambda} \quad (24)$$

Por supuesto, si utilizamos la longitud de onda de Compton del electrón (λ_c) en la ecuación (24) y dividimos esta energía de la masa en reposo del electrón por el cuadrado de la velocidad de la luz, obtenemos la definición siguiente de la masa en reposo del electrón:

$$m_e = \frac{E}{c^2} = \frac{e^2}{2\epsilon_0\alpha\lambda_c c^2} \quad (25)$$

Si operamos ahora la misma sustitución en la ecuación (25), que ya hicimos en la ecuación (23) para la constante de permitividad eléctrica del vacío (ϵ_0), obtenemos esta nueva definición de la masa en reposo del electrón:

$$m_e = \frac{e^2}{2\epsilon_0\alpha\lambda_c c^2} = \frac{4\pi c^2 \cdot 10^{-7} \cdot e^2}{2\alpha\lambda_c c^2} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \cdot e^2}{\alpha\lambda_c} = \frac{e^2 \cdot 10^{-7}}{\lambda_c\alpha} \frac{2\pi}{\lambda_c\alpha} \quad (26)$$

Si comparamos esta nueva definición de la masa del electrón con la de la ecuación (23), observamos que si queremos utilizar la definición (26) en la ecuación (23), debemos multiplicar la ecuación (23) por ocurrencias que se cancelan mutuamente de la amplitud transversal ($\lambda_c\alpha/2\pi$) de la energía del electrón. La ecuación (23) se hace pues:

$$F = \frac{e^2 \cdot 10^{-7}}{r_o^2} c^2 = \left(\frac{e^2 \cdot 10^{-7}}{\lambda_c\alpha} \frac{2\pi}{\lambda_c\alpha} \right) \frac{\lambda_c\alpha}{2\pi} \frac{c^2}{r_o^2} \quad (27)$$

Observamos ahora que la expresión entre paréntesis en la ecuación (27) es idéntica a la nueva definición de la masa en reposo del electrón que derivamos con la ecuación (26). Reemplazamos pues la expresión entre paréntesis por el símbolo de la masa en reposo del electrón " m_e ". La ecuación (27) se hace pues:

$$F = \left(\frac{e^2 \cdot 10^{-7}}{\lambda_c\alpha} \frac{2\pi}{\lambda_c\alpha} \right) \frac{\lambda_c\alpha}{2\pi} \frac{c^2}{r_o^2} = m_e \frac{\lambda_c\alpha}{2\pi} \frac{c^2}{r_o^2} \quad (28)$$

Sabemos por otra parte que la velocidad teórica del electrón sobre la órbita de Bohr es exactamente igual a la velocidad de la luz multiplicada por la constante de estructura fina " $v=\alpha c$ ". Ya que la velocidad de la luz está en el cuadrado en la ecuación (28) y ya que la constante " α " no

está allí en el cuadrado, debemos multiplicar y dividir la ecuación por ocurrencias que se anulan de la constante " α " para poder convertir la velocidad de la luz en el cuadrado en la velocidad teórica clásica al radio de Bohr al cuadrado, ($v=\alpha c=2,187,691.252$ m/s). Pues, a partir de la ecuación (28), obtenemos:

$$F = m_e \frac{\lambda_c \alpha c^2}{2\pi r_o^2} = m_e \frac{\lambda_c \alpha^2 c^2}{2\pi \alpha r_o^2} = m_e \frac{\lambda_c v^2}{2\pi \alpha r_o^2} \quad (29)$$

Finalmente, un cálculo simple sobre una calculadora de bolsillo mostrará que " $\lambda_c/2\pi\alpha$ " restituye muy precisamente el radio de Bohr (r_o). Podemos pues efectuar la sustitución correspondiente en la ecuación (29) y finalmente obtener $F=ma$ tal como proyectado inicialmente:

$$F = m_e \frac{\lambda_c v^2}{2\pi \alpha r_o^2} = m_e \frac{r_o v^2}{r_o^2} = m_e \frac{v^2}{r_o} = m_e a \quad (30)$$

Tenemos pues aquí la prueba matemática de que la fuerza de gravedad es la misma que la fuerza de Coulomb y se aplica completamente dentro de los átomos, exactamente como en el Sistema solar, lo que es demostrado reduciendo ambas ecuaciones, sea la ecuación gravitacional y la ecuación de Coulomb, a la misma forma fundamental, sea la ecuación de fuerza $F=ma$, que es tradicionalmente utilizada para probar de una parte la conformidad de la ecuación gravitacional con la tercera ley de Kepler, y por otra parte, que la ecuación de Coulomb es de acuerdo con la de la mecánica clásica.

Pues hemos demostrado ahora la identidad completa de las tres ecuaciones clásicas siguientes:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = k \frac{e^2}{r^2} = ma \quad (31)$$

10- Relación entre la fuerza de Lorentz y la ecuación de fuerza $F=ma$

¡ Pero hay más! Vamos a ver que $F=ma$ puede también ser derivada de las ecuaciones de fuerza de Lorentz. Para hacerlo, tomaremos como puntos de partida la ecuación de fuerza del campo eléctrico y la del campo magnético de la energía portadora del electrón sobre la órbita en reposo del átomo de Bohr $F=evB$ and $F=eaE$. Las definiciones de estos dos campos para partículas electromagnéticas localizadas son derivadas en un artículo precedente ([5], ecuaciones (34 y 40)).

Es importante en este punto del desarrollo de tener en cuenta que la distancia media del orbital más próximo del núcleo que puede ocupar un electrón en un átomo de hidrógeno, tal como se calcula usando la mecánica cuántica corresponde exactamente al radio de la órbita en reposo del átomo de Bohr.

Esto significa que la fuerza que se puede calcular respecto a la órbita de mínima acción del átomo de Bohr, también coincide exactamente con la fuerza ejercida sobre un electrón por la interacción de Coulomb entre el electrón cargado negativamente y el protón cargado positivamente, cuando el electrón se localiza exactamente a la misma distancia desde el núcleo en un átomo de hidrógeno.

10.1- Derivación de $F=ma$ a partir de la ecuación de Lorentz para la fuerza magnética $F=e\mathbf{v}\mathbf{B}$

Estas definiciones permiten escribir:

$$F = e\mathbf{v}\mathbf{B} = e\mathbf{v} \frac{\mu_0 \pi e c}{\alpha^3 \lambda^2} \quad (32)$$

Con un procedimiento similar al utilizado para la ecuación (23), vamos a reemplazar " μ_0 " por su definición relativa a " π " ($\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$):

$$F = e\mathbf{v} \frac{\mu_0 \pi e c}{\alpha^3 \lambda^2} = \frac{e^2 10^{-7} 4\pi^2 v c}{\alpha^3 \lambda^2} \quad (33)$$

Ya determinamos con la ecuación (26) que la masa en reposo de un electrón puede ser representada por la ecuación siguiente:

$$m_e = \left(\frac{e^2 10^{-7} 2\pi}{\lambda_c \alpha} \right) \quad (34)$$

dónde " λ_c " es la longitud de onda de Compton del electrón.

Por otra parte, ya que la ecuación de fuerza (33) se aplica a la energía inducida a la órbita fundamental del átomo de Bohr, esta energía es pues $4.359743805\text{E-}18$ j cuya longitud de onda absoluta es $4.556335254\text{E-}8$ m. Un cálculo simple mostrará que cuando esta energía es multiplicada por el cuadrado de la constante de estructura fina (α^2), recobramos la longitud de onda de Compton del electrón ($\lambda_c=\lambda\alpha^2$). Sustituimos pues este valor en la ecuación de fuerza (33):

$$F = \frac{e^2 10^{-7} 4\pi^2 v c}{(\lambda \alpha^2) \alpha \lambda} = \frac{e^2 10^{-7} 4\pi^2 v c}{\lambda_c \alpha \lambda} = \left(\frac{e^2 10^{-7} 2\pi}{\lambda_c \alpha} \right) \frac{2\pi v c}{\lambda} \quad (35)$$

Comparando ahora la ecuación de fuerza (35) con la ecuación de masa (34), observamos que la ecuación de masa es un subconjunto de la ecuación de fuerza. Reemplazamos pues este subconjunto por el símbolo de la masa en reposo del electrón (m_e):

$$F = \left(\frac{e^2 10^{-7} 2\pi}{\lambda_c \alpha} \right) \frac{2\pi v c}{\lambda} = m_e \frac{2\pi v c}{\lambda} \quad (36)$$

Luego, para obtener el radio la órbita del átomo de Bohr a partir de la longitud de onda absoluta de la energía inducida a la órbita fundamental del átomo de Bohr, (recordamos que la energía implicada es $4.359743805\text{E-}18$ j con una longitud de onda absoluta ¹ de $4.556335254\text{E-}8$ m), debemos multiplicar la amplitud de esta longitud de onda por la constante de estructura fina (α), y para introducir este caso de la constante de estructura fina, hay que multiplicar y dividir la ecuación por ocurrencias que se anulan mutuamente de este valor. Pues:

$$F = m_e \frac{2\pi v \alpha c}{\lambda \alpha} = m_e \frac{v \alpha c}{r_0} \quad (37)$$

¹ Recordamos que la longitud de onda absoluta es la longitud de onda de un cuanto de energía cuando se mueve a la velocidad de la luz ($\lambda = hc / E$).

Finalmente, es fácil verificar que la velocidad de la luz multiplicada por la constante de estructura fina (αc) devuelve la velocidad clásica del electrón sobre la órbita fundamental del átomo de Bohr. Hagamos pues esta sustitución:

$$F = ev\mathbf{B} = m_e \frac{v\alpha c}{r_0} = m_e \frac{v^2}{r_0} = m_e a \quad (38)$$

que es la prueba que la ecuación de fuerza magnética de Lorentz es solamente una otra forma de la ecuación fundamental de aceleración de Newton $F=ma$, exactamente como la ecuación de fuerza gravitacional y la ecuación de fuerza de Coulomb.

10.2- Derivación de $F=ma$ a partir de la ecuación de Lorentz para la fuerza eléctrica $F=e\alpha E$

Examinamos ahora la última ecuación de fuerza clásica:

Esta ecuación se obtiene a partir de la igualdad $F=e\mathbf{E}=ec\mathbf{B}$. Pero ya que " $v_{\text{Bohr}} = \alpha c$ ", se dará la intensidad del campo eléctrico de la energía portadora de un electrón con la velocidad clásica asociada a la órbita de mínima acción del átomo de Bohr, si multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por la constante de estructura fina " α ". Esto es lo que permite la siguiente ecuación:

$$F = e\alpha E \quad (39)$$

Se determinó en un artículo anterior ([5], ecuación (40)) que la definición de la intensidad del campo eléctrico de la energía portadora de un electrón sobre la órbita en reposo del átomo de Bohr es:

$$\mathbf{E} = \frac{\pi e}{\epsilon_0 \alpha^3 \lambda^2} \quad (40)$$

Pues, sustituyendo para " \mathbf{E} " en la ecuación (39) obtenemos:

$$F = e\alpha \mathbf{E} = \frac{e\alpha}{\epsilon_0 \alpha^3 \lambda^2} \pi e \quad (41)$$

Reduciendo " ϵ_0 " a su definición en término de " π " ($1/4\pi c^2 \cdot 10^{-7}$), obtenemos:

$$F = \frac{e\alpha}{\epsilon_0 \alpha^3 \lambda^2} \pi e = \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha^3 \lambda^2} \frac{4\pi^2 \alpha c^2}{\alpha^3 \lambda^2} \quad (42)$$

Ya que ya establecimos que " $\lambda_c = \lambda \alpha^2$ ", podemos sustituir así:

$$F = \frac{e^2 10^{-7}}{\alpha^3 \lambda^2} \frac{4\pi^2 \alpha c^2}{\alpha^3 \lambda^2} = \frac{e^2 10^{-7}}{\lambda_c \alpha \lambda} \frac{4\pi^2 \alpha c^2}{\lambda_c \alpha \lambda} \quad (43)$$

Pero también establecíamos en la ecuación (26) que:

$$m_e = \left(\frac{e^2 10^{-7}}{\lambda_c \alpha} \right) \quad (44)$$

Lo que permite la sustitución siguiente:

$$F = \frac{e^2 10^{-7} 4\pi^2 \alpha c^2}{\lambda_c \alpha \lambda} = \left(\frac{e^2 10^{-7} 2\pi}{\lambda_c \alpha} \right) \frac{2\pi \alpha c^2}{\lambda} = m_e \frac{2\pi \alpha c^2}{\lambda} \quad (45)$$

Sabemos por otro lado que el radio de Bohr (r_0) es igual a la amplitud de la longitud de onda de la energía del electrón a la órbita fundamental del átomo de Bohr ² multiplicado por " α ". Pues, para permitir esta reducción, debemos multiplicar y dividir la ecuación por ocurencias que se anulan mutuamente de la constante de estructura fina " α ":

$$F = m_e \frac{2\pi \alpha c^2}{\lambda} = m_e \frac{2\pi \alpha^2 c^2}{\lambda \alpha} = m_e \frac{\alpha^2 c^2}{a_0} \quad (46)$$

Finalmente, sabemos que multiplicando la velocidad de la luz por " α " restituye la velocidad clásica del estado de mínima acción del electrón sobre la órbita de Bohr, y finalmente obtenemos:

$$F = m_e \frac{\alpha^2 c^2}{r_0} = m_e \frac{v^2}{r_0} = m_e a \quad (47)$$

Lo que completa la demostración.

11- Conclusión

Tomamos buena nota aquí de que todas las ecuaciones de fuerza clásicas se reducen últimamente a una sola ecuación que implica una masa sometida a una aceleración, sea $F=ma$.

$$F = G_p \frac{M_p \bullet m_e}{r_0^2} = k \frac{e^2}{r_0^2} = ev\mathbf{B} = e\alpha\mathbf{E} = m_e a = 8.238721759E-8N \quad (48)$$

Pues, ya que todas las ecuaciones clásicas de fuerza tratan últimamente de una masa en aceleración, esto significa por consiguiente que *una sola fuerza está en juego para todas estas ecuaciones*.

Bibliografía

- [1] Gamow G (1962). **La Gravitation**. Petite Bibliothèque Payot.
- [2] Resnick R. & Halliday D. (1967). **Physics**. John Wiley & Sons, New York.
- [3] Sears F, Zemansky M & Young H (1984). **University Physics**, 6th Edition, Addison Wesley.
- [4] Marmet P (2003). **Fundamental Nature of Relativistic Mass and Magnetic Fields**, International IFNA-ANS Journal, No. 3 (19), Vol. 9. Kazan University, Kazan, Russia.
- [5] Michaud A (2007). **Field Equations for Localized Individual Photons and Relativistic Field Equations for Localized Moving Massive Particles**, International IFNA-ANS Journal, No. 2 (28), Vol. 13. p. 123-140, Kazan State University, Kazan, Russia.
- [6] Michaud A (2004). **Expanded Maxwellian Geometry of Space**, 4th edition, SRP Books.

Otros artículos por el mismo autor:

<http://www.gsjournal.net/Science-Journals/Essays/View/2268>

² Todavía aquí, recordamos que la energía inducida en la órbita de Bohr es 4.359743805E-18 julios, cuya longitud de onda es 4.556335254E-8 m ($\lambda=hc/E$).