PUBLICATION DATE: 07/05/2010

the general science journal

Cálculo de la Permitividad ε_0, h (cte. Planck) y α (cte. de estructura fina) en función de c (velocidad de la luz).

Jose Garrigues Baixauli

Resumen.

En un artículo anterior [1], hemos partido de la hipótesis de que tanto en Universo como las partículas elementales poseen cuatro dimensiones espaciales y de que el Universo se origino en una fluctuación cuántica de energía igual a la dada por la igualdad en el principio de incertidumbre de Heisenberg. Al ser conocidas las condiciones iniciales, se pueden establecer las condiciones de contorno, que permita calcular las diferentes constantes fundamentales. Hemos visto como se calcula:

- G cte. de Gravitación.
- Radio, masa y carga del electrón.

En función de las constantes, h (cte. de Planck) y c (velocidad de la luz en el vacío).
En esta segunda parte, calcularemos:

- ε_0 permitividad.
- h cte. de Planck.
- α cte. de estructura fina.

En función de una única constante c .

Introducción.

Recordemos algunas de las formulas vistas anteriormente[1], y que utilizaremos posteriormente.

La carga eléctrica es una propiedad intrínseca, de naturaleza discreta de algunas partículas y que da lugar a la interacción electromagnética. Es una constante física fundamental en la categoría de constantes electromagnéticas, siendo su valor[2]

$$1{,}602176487\ 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

La carga unitaria (carga del electrón) viene dada (1,39) por:

$$q_u = \frac{\hbar c^2}{6\pi^2}\frac{1}{E_{U1}c_t^2} = \frac{2\pi^2 h}{m_u c^2} = 1{,}600539810^{-19}\ \mathrm{s} \qquad (2.1)$$

La masa del electrón es una constante física fundamental incluida en categoría de atómica y nuclear y su valor es[3]:

$$9{,}10938215\ 10^{-31}\ \mathrm{kg}$$

Según hemos visto, la masa viene dada (1.40) por:

$$m_u = \frac{24\pi^5}{c^4} E_{U1} c_t^2 = 9{,}092384\ 10^{-31}\ \text{kg} \tag{2.2}$$

Finalmente, la constante de gravitación universal G, es una constante física fundamental que determina la intensidad de la fuerza gravitatoria, incluida en la categoría de universal y de valor[4],

$$G = 6{,}667428\ 10^{-11}\ \text{m}^3\ \text{kg s}^{-2}$$

que viene dada por (1.45):

$$G = \frac{3}{128}\hbar c^3 \frac{c_t^2}{E_{U1}^2} = 6{,}6596\ 10^{-11}\ \text{m}^3\ \text{kg}^{-1}\ \text{s}^{-2} \tag{2.3}$$

En donde, tal como hemos visto, $E_{U1} = c_t^2 = 1$

Permitividad en el vacío ε_0.

La **permitividad** es una constante física fundamental incluida en la categoría de universal, que describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por un medio. Aparece en la ley de Coulomb y de Gauss, cuyo valor exacto es[5]:

$$\varepsilon_0 = 8{,}854187817\ 10^{-12}\ \text{F m}^{-1}$$

El potencial gravitatorio de Planck viene dado por:

$$U_P = \frac{GM_P}{r_P} = c^2 \tag{2.4}$$

luego

$$GM_P = r_P c^2 = \frac{r_P^3}{t_P^2} \tag{2.5}$$

El cubo de Planck tridimensional plano se curva y se expande formando una hiperesfera tetradimensional de radio unitario, de manera que el potencial por metro o energía potencial por metro de la masa unitaria vendrá dado por:

$$\frac{r^3}{t_P^2} = \frac{1}{t_{mu}^2}\frac{\partial V_{4D}}{\partial r} = \frac{2\pi^2 r^3}{t_{mu}^2} \tag{2.6}$$

De donde:

$$t_{mu} = \sqrt{2}\ \pi\ t_P \tag{2.7}$$

Que será igual al cociente entre las energías potenciales[6] gravitatoria y electromagnética cuando el tiempo en la carga (t_{qu}) es la unidad, luego:

$$\frac{Gm_u^2}{Kq_u^2} = \frac{t_{mu}}{t_{qu}} \tag{2.8}$$

De donde

$$K = \frac{Gm_u^2}{\sqrt{2}\ \pi\ t_P\ q_u^2}\left(t_{qu}\right) = 8{,}9731\ 10^{+9}\ \mathrm{N\ m^2\ s^{-2}} \tag{2.9}$$

Y la permitividad en el vacio será:

$$\varepsilon_0 = \frac{t_P\ q_u^2}{2\sqrt{2}Gm_u^2}\frac{1}{\left(t_{qu}\right)} = 8{,}87383 10^{-12} \tag{2.10}$$

Átomo de Bohr.

Lo que nos interesa del modelo atómico de Bohr[7], es que dado la simplicidad de dicho modelo, se puede calcular de una forma sencilla, las energías cinética y potencial, así como la relación con la energía electromagnética.

Si el electrón describe una órbita circular de radio r, la fuerza de atracción culombiana será compensada por la fuerza centrífuga, es decir:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Kq^2}{r^2} \tag{2.11}$$

y la energía total será:

$$E = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{Kq^2}{r} = -\frac{1}{2}m_e v^2 \tag{2.12}$$

En el modelo de Bohr, el electrón gira en órbitas circulares, cuyo momento angular está cuantificado, o lo que es lo mismo, la energía en un período, (espín en el electrón), sólo puede tomar un número entero de valores de $\hbar$.

$$L = mvr = pr = n\hbar \tag{2.13}$$

de donde, para n igual a uno:

$$r = \frac{\hbar}{p} \tag{2.14}$$

y la velocidad del electrón es:

$$v = \frac{\hbar}{mr} = \frac{\lambda\!\!\!^{-}_c c}{r} \tag{2.15}$$

siendo $\lambda\!\!\!^{-}_c$, la longitud de onda Compton [8].

Sustituyendo *r* en la energía del electrón, resulta:

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{Kq^2}{\hbar} p \tag{2.16}$$

El sistema será estable en el estado de mínima energía, por lo tanto anulando la primera derivada:

$$\frac{dE}{dp} = \frac{p}{m_e} - \frac{Kq^2}{\hbar} = 0 \;\rightarrow\; p = \frac{Kq^2}{\hbar} m_e \tag{2.17}$$

con lo que la velocidad del electrón es:

$$v = \frac{Kq^2}{\hbar} = \alpha c = 2187691{,}2 \text{ m s}^{-1} \tag{2.18}$$

y comparando con (2.15)

$$r = \frac{\lambda\!\!\!^{-}_c}{\alpha} = 5{,}299177\ 10^{-11} \text{ m} \tag{2.19}$$

Que es el radio atómico de Bohr. Podemos expresar el primer radio de Bohr en función de la longitud de onda λ_B, de L. De Broglie:

$$a_0 = \frac{\hbar}{mv_0} = \frac{\hbar}{p} = \frac{1}{2\pi} \lambda_B \tag{2.20}$$

siendo *p=mv*, la cantidad de movimiento, y

$$\lambda_B = 2\pi a_0 = \frac{h}{p} \tag{2.21}$$

por lo que la condición cuántica de Bohr (ecuación 2.21), según señaló De Broglie, para el movimiento angular del electrón en un átomo de hidrógeno, es equivalente a una condición de onda estacionaria [9]:

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} \tag{2.22}$$

De donde:

$$C = 2\pi r = n\frac{h}{mv} = n\lambda \tag{2.23}$$

siendo C la longitud de la circunferencia de la órbita de Bohr. La condición de onda estacionaria para explicar los estados cuantificados de energía condujo al desarrollo de la teoría cuántica o mecánica cuántica.

En el modelo cuántico la onda estacionaria que constituye el electrón viene dado por la longitud de onda de De Broglie, ahora bien, si tomamos la longitud de onda en función de la constante reducida de Planck que es la que interviene en el principio de incertidumbre de Heisenberg, resulta:

$$a_0 = \frac{\hbar}{m\alpha c} = \bar{\lambda}_B \tag{2.24}$$

con lo que el radio atómico coincide con la longitud de onda, que en vez de girar alrededor del núcleo, se dirige hacia el núcleo. Si tenemos en cuenta que dicha onda transporta energía, durante el semiciclo positivo, el núcleo (protón) recibe energía, la cuál es devuelta al electrón en el semiciclo negativo, con lo que el intercambio de energía entre electrón y protón es lo que los mantiene unidos. ¿Fotón virtual de la interacción electromagnética?

Constante de estructura fina α.

La constante de estructura fina α, caracteriza la interacción electromagnética(10), incluida en la categoría de atómica y nuclear, de valor(11):

$$\alpha = 7{,}2973525376\ 10^{-3}$$

se puede obtener a partir de la energía del espín del electrón en el átomo de hidrógeno, sin más que aplicar el principio de incertidumbre de Heisenberg.

El espín es una propiedad intrínseca de las partículas, de forma que a toda partícula subatómica se le asigna un momento angular intrínseco fijo. De acuerdo con lo visto anteriormente, el electrón, partícula tetradimensional, ocupa un volumen en el espacio tridimensional, con dos rotaciones una espacial y otra en la cuarta dimensión. Se puede calcular la energía de dicha rotación, sin más que aplicar el principio de incertidumbre de Heisenberg.

$$E_J = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{T_t} \tag{2.25}$$

Siendo T_t, el periodo de rotación en la cuarta dimensión. La longitud de onda de De Broglie, ecuación (2.24), la podemos poner como:

$$\bar{\lambda}_B = \frac{1}{\alpha}\frac{\hbar c}{mc^2} \tag{2.26}$$

Y teniendo en cuenta la (2.1), resulta:

$$\bar{\lambda}_B = \frac{1}{2\pi\alpha}\frac{qc}{2\pi^2} \tag{2.27}$$

Y en función del periodo de rotación (1.22)

$$\bar{\lambda}_B = \frac{cT_J}{4\pi^2\alpha} \tag{2.28}$$

Y sustituyendo en la ecuación (2.25), resulta:

$$E_J = \frac{1}{8\pi^2\alpha}\frac{\hbar c}{\bar{\lambda}_B} \tag{2.29}$$

E imponiendo la condición de que la energía de Planck a la distancia $r = \bar{\lambda}_B$, es igual a la energía del espín en esa dirección, resulta:

$$E_{J,r} = \frac{E_J}{\sqrt{3}} = \frac{\hbar c}{\bar{\lambda}_B} \tag{2.30}$$

De donde:

$$\alpha = \frac{1}{8\pi^2\sqrt{3}} = 7{,}31\ 10^{-3} \qquad (2.321$$

Constante reducida de Planck $\hbar$

Es una constante física fundamental incluida en la categoría de universal de valor(12):

$$\hbar = 1{,}05457162810\ 34\ \mathrm{J\ s}$$

que representa el cuanto elemental de acción(13).

Sustituyendo las ecuaciones (6.45), (6.58), (6.62) y la definición del tiempo de Planck, en la definición de la constante de estructura fina o constante de acoplamiento (3.25), resulta:

$$\hbar c^5 = 864\,\pi^{11}\left(E_{Hu} c_{tu}^5 t_{qu}\right) \tag{9.53}$$

Con lo que obtenemos para la constante reducida de Planck un valor de:

$$\hbar = 1{,}0497\,10^{-34}\ \mathrm{J} \tag{9.54}$$

Conclusión

La aplicación del principio de incertidumbre de Hesinberg, con la condición de energía unitaria y mediante la hipótesis de que las partículas poseen cuatro dimensiones espaciales, permite calcular el radio de la partícula unitaria, a partir de la cuál derivan el resto de partículas y algunas de las constantes fundamentales, con bastante precisión tales como:

- Radio, masa y carga del electrón
- G cte. de gravitación
- ε_0 permitividad en el vacío
- α cte. de estructura fina
- h cte. de Planck

Suponiendo que los datos medidos son el verdadero valor del elemento de energía unitario, el error relativo se ha calculado de la siguiente forma:

$$\varepsilon_m = \frac{V_m - V_u}{V_m} \tag{6.97}$$

Siendo, V_m y V_u el valor medido y calculado respectivamente. A continuación se muestra una tabla comparativa entre los valores medidos y los calculados.

	Medidas		Calculado	
	Valor	Error	Valor	Error
$\hbar$	$1{,}054571628\ 10^{-34}$	$5\ 10^{-8}$	$1{,}0497\ 10^{-34}$	$4{,}62\ 10^{-3}$
c	299792458	Exacto		
G	$6{,}67428\ 10^{-11}$	$1{,}0\ 10^{-4}$	$6{,}660\ 10^{-11}$	$2{,}14\ 10^{-3}$
ε_0	$8{,}854187817\ 10^{-12}$	exacto	$8{,}874\ 10^{-12}$	$2{,}22\ 10^{-3}$
m_u	$9{,}10938215\ 10^{-31}$	$5\ 10^{-8}$	$9{,}092\ 10^{-31}$	$1{,}91\ \ 10^{-3}$
q_u	$1{,}602176487\ 10^{-19}$	$2{,}5\ 10^{-8}$	$1{,}601\ 10^{-19}$	$7{,}35\ \ 10^{-4}$
r_u	$<10^{-18}$		$2{,}516\ 10^{-27}$	
α	7,2973525376	$6{,}8\ 10^{-10}$	$7{,}31\ 10^{-3}$	$1{,}73\ 10^{-3}$

Luego, los errores en el cálculo de la masa y carga del elemento unitario, son varios órdenes de magnitud superiores a los errores de medida. Errores que en principio parecen demasiado elevados, pero que a lo mejor no lo son tanto, si tenemos en cuenta que sólo se ha utilizado una única constante (la velocidad de la luz) y que además en el desarrollo de las fórmulas interviene la constante de gravitación G, que pese a ser extremadamente conocida, resulta de muy difícil medición, dado su pequeño valor.

Por otra parte, en el modelo hemos supuesto que toda la energía de Planck se transforma en masa y carga. Ahora bien, la experiencia nos dice que en todo proceso de cambio energético, el rendimiento es menor que la unidad. Supongamos que una pequeña parte de la energía de Planck, no se transforma en masa y carga, lo que daría lugar a una variación en las constantes de partida, $\hbar$ y c, a lo largo del tiempo.

También habría que tener en cuenta que, los valores se han medido en un sistema que se mueve a decenas de millones de kilómetros por hora, por lo que probablemente haya que tener en cuenta los efectos relativistas en alguna de las constantes.

Jose Garrigues Baixauli
jgbaix@hotmail.com

Referencias

(1) Masa, Radio y Carga del Electrón y G (cte. Gravitación),en función de las Constantes Fundamentales h (cte. Planck) y c (velocidad de la luz).
(2) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e|search_for=elecmag_in!
(3) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me|search_for=atomnuc!
(4) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg|search_for=universal_in!
(5) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ep0|search_for=universal_in!
(6) http://es.wikipedia.org/wiki/Energía_potencial
(7) http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_atómico_de_Bohr
(8) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ecomwl|search_for=Compton+wavelength
(9) Física Moderna. Raymond A. Serway,Clement J. Moses. Cengage Learnig Editores
(10) http://es.wikipedia.org/wiki/Constante_de_estructura_fina
(11) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?alph|search_for=atomnuc!
(12) http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?hbar|search_for=universal_in!
(13) http://es.wikipedia.org/wiki/Constante_de_Planck