

بکارگیری معادله تابع موج حاصل از تراکم گرانشی ابر پیش ستاره ای در تبیین آرایش سیارات بر اساس قانون تیتوس - بده

محمدزاده، اکبر¹

¹دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده :

در کارهای نظری مرتبط با پروسه تشکیل ستارگان و سیارات آنها از ابرگازی فضاهای میان ستاره ای اشاره ای به قانون تیتوس-بده صورت نگرفته است کار نظری حاضر با هدف ارائه مدل جامع آرایش سیارات که بتواند همزمان با قانون تیتوس - بده همخوانی و پیش بینی های نظری برای مشخصات قابل رصد اعضای منظومه شمسی داشته امکان تعمیم برای اقمار سیارات و حتی منظومه های فراخورشیدی داشته باشد تدوین گردیده است. مدل های استاندارد و نایس در ارتباط با نحوه شکل گیری منظومه شمسی اشکالاتی در بحث های مهاجرت سیارات و موارد توجیه نشده که به پدیده های تصادفی نسبت می دهند داشته ، در کل اشاره خاصی به قانون تیتوس-بده نکرده اند. در این مقاله سعی ما براین بوده با باز نویسی پروسه تشکیل سیارات از مرحله چرخش مواد ابر پیش ستاره ای و تبدیل توده به دیسک ، با بکارگیری مکانیک موجی نشان دهیم پیش سیارات صرفاً می توانستند در فواصل کنونی تشکیل گردند.

Modeling rotating collapsing proto planetary disk matter oscillation with longitudinal wave function for determining Titus- bode law

Mohammadzade , Akbar¹

¹Iran university of science and technology ,Tehran ,Narmak

Abstract:

For determining historical not theorized Titus-bode law ,we focused on collapsing proto planetary disk matter oscillation at elementary system birth process believing that the main sustainable orbital for each planet could be prepared for it at first with conservative wave. Considering the case of vibration mode all member for placement and arranged in all distances of central member ,the Neptune situation and asteroid belt condition shows it might only and only first nebula at flattening step have been able to arrange planets in Titus- bode model.

PACS No 96.60.vg

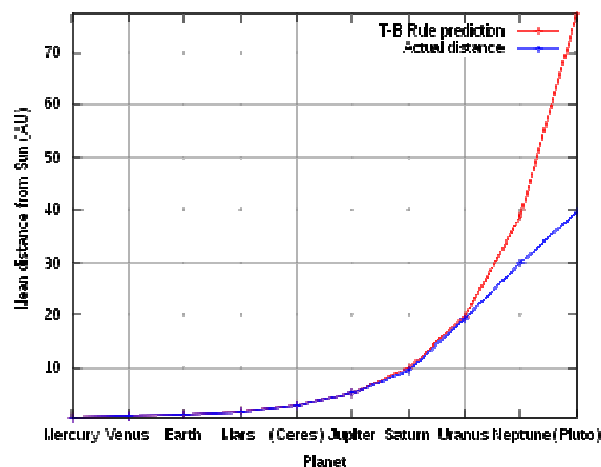
مقدمه

با توجه به اینکه نسبت های فواصل سیارات در قانون تیتوس - بده مشابه در قمرهای دو سیاره اورانوس و کیوان نیز برقرار است در این مطالعه سعی ما براین بوده ارتباط منطقی و تئوریک واضحی بین مشخصات میدان گرانشی و آرایش سیارات در منظومه خورشیدی و قمر های یک سیاره برقرار نمائیم. برای بدست آوردن ارتباط نظری بین دو پدیده قابل رصد در منظومه شمسی نسبت های مذکور را در میدان گرانشی مقایسه کرده، نشان دهیم سیارات فراخورشیدی نیز بایستی از یک چنین نسبتی تبعیت کنند. همزمان خواسته ایم نشان دهیم که این آرایش در مرحله تکوین سیستم و تخت شدن ابرگازی در صفحه سیارات بوجود آمده است. مقدمات ذکر این نکته را ضروری می دانیم که از زمانی که دو دانشمند مشهور تیتوس و یوهانس بده نسبت هایی در فواصل سیارات ارائه نمودند تئوری قطعی که بتواند این نسبت ها را به یکی از مشخصات میدان گرانشی و یا سایر روابط فیزیکی ارتباط بدهد ارائه نگردیده است.

قانون تیتوس - بده

اگر فواصل سیارات از خورشید را به ترتیب برحسب واحد نجومی بنویسیم، متوجه یک نظم خاص در آرایش سیارات می شویم این آرایش را در 1772 تیتوس و یوهانس بده قبل از کشف اورانوس و نپتون و پلوتو و کمریند سیارکها ارائه کردند [1] و بطور شگفت آوری سیارات جدید کشف شده و اقماری سیارات درستی آنها نشان دادرابطه به قرار زیر است:

$$d = 0.4 + 0.3 \times 2^n \rightarrow n = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$$



شکل 1: نمودار مقایسه فواصل سیارات با نسبت های قانون تیتوس-بده

جستجوی کتابخانه ای سوابق پژوهشی موضوع به این نتیجه رسید که علی ر غم تلاشهای صورت گرفته و مشابه بودن ارتباطات فواصل به پدیده رزنانس، تئوری دقیقی که بتواند آنها را بهم مربوط سازد، ارائه نشده و گمانه زنی های علمی محاسبات و فرمولهای دقیقی بدست نداده است. در سال 1973 درموت در مقاله ای [2] با اشاره به رابطه خطی بین شماره سیاره و لگاریتم دوره تناوب گردش سیاره بدورخورشید به نتایجی دست یافت هرچند ایراد اساسی کار او این است که شماره ای که به سیاره یا

قمر می دهیم فاکتور فیزیکی یا مکانیکی محسوب نمی شود. اس. اف درموت در سال 1973 رابطه فوق را با تغییر دادن معیار به پدیده روزنایی تبدیل کرد و به اقمار سیارات کیوان و اورانوس نیز نسبت داد بدین ترتیب رابطه بین دوره تناوب سیاره دور خورشید را در نمودار لگاریتمی با معادله زیر ارائه داد [3]:

$$T_n = T_0 A^n (2)$$

$$\log T_n = \log T_0 + \log A^n (3)$$



شکل 2: نمودار مقایسه فواصل سیارات با نسبت های رابطه درموت

البته کار درموت متضمن هیچ خصوصیت فیزیکی یا تابع قوانین و اصول موضوعه علمی نبوده صرفاً یک مشابهت سازی عددی است ضمن اینکه مبنای لوجیک بسیاری از مغایرتها و اختلافات بین اعداد را کمتر جلوه داده توزیع آماری داده ها را یکنواخت می کند. توضیحی هم در ارتباط با چگونگی بوجود آمدن رابطه ارائه نمی دهد. اما در این کار نظری می خواهیم نشان دهیم مضرب نمایی 2 برای دوایر متحدالمرکز مدارات سیارات نشانگر نقاطی است که در یک تپش ایستا و در نقاط ماکزیمم دامنه موج بوجود آمده است.

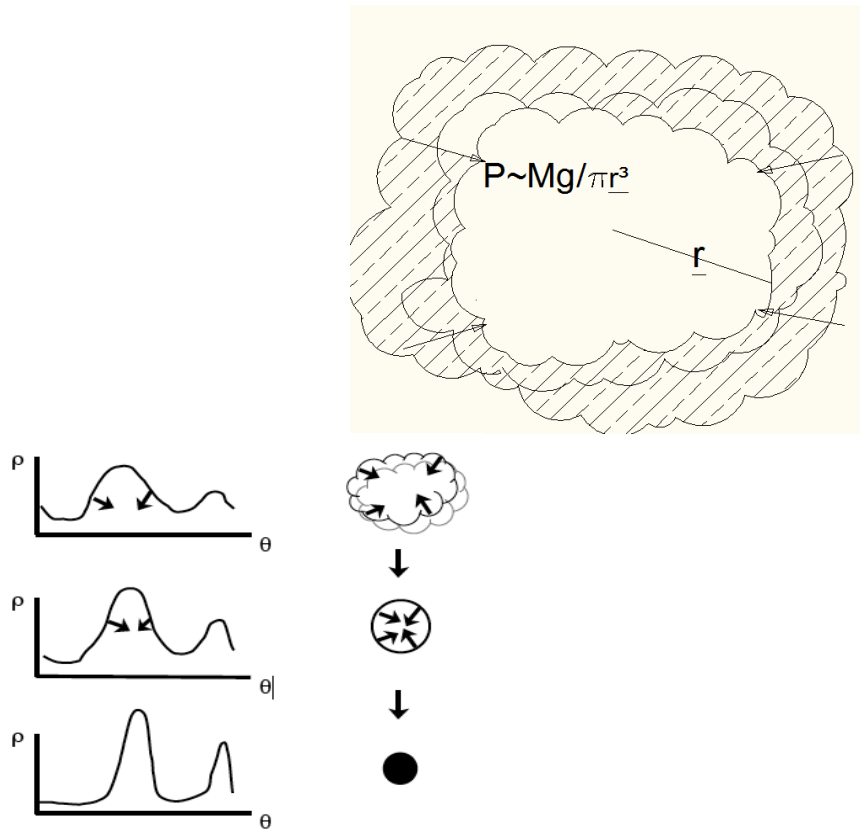
نظریه تشکیل سیارات و ستاره مرکزی منظومه شمسی

بر اساس قضیه بیرکھوف، برای هرتوزیع متقارن کروی از ماده در یک حرکت متقارن دینامیک درون کره مرکزی همیشه بدون تاثیر از توزیع محیط خارجیش باقی می ماند که این نتیجه در نسبت عام هم معتبر است. قضیه گرانش پوسته کروی نیز که نیوتن نیز مدتها بر روی حل مساله گرانش پوسته کروی وقت گذاشته و آنرا حل کرده نشانگر آن است. ابر میان ستاره ای در شرایطی که جرم آن بیشتر از جرم تعیین شده با معیار جینز باشد شروع به فشرده شدن برای تشکیل ستاره می نماید که جرم معادل معیار جینز برابر

$$M_J \propto (T^3/\rho)^{1/2} (4)$$

هرگاه چگالی بخشی از مجموعه بالا رود می تواند منجر به فشرده شدن ابر میان ستاره ای برای تشکیل ستاره گردد گرانش و فشار داخلی گاز میان ستاره ای با همدیگر مقابله می کنند. هرگاه فشار داخلی گاز غلبه کند

سیستم شروع به لرزش می کند اما اگر گرانش غلبه کند مطابق شکل مجموعه فشرده میشود:



شکل 3- نحوه فشرده شدن و افزایش تراکم ابر پیش ستاره ای در غلبه گرانش

انرژی گرانشی n مولکول به جرم m ابرمیان ستاره ای به شعاع r و دمای T

$$E_G \propto GM^2 \quad (5)$$

$$M = Nm \sim r^3 \rho \quad \text{که در آن } E_G = G pr^3 m \quad (6)$$

انرژی گرمایی سیستم متناسب است با: نسبت انرژی گرانشی به انرژی $E_T \sim NkT$ گرمایی که معیار حجم جینز را بدست می دهد:

$$\frac{E_g}{E_T} \sim \frac{GM^2}{LNkT} \sim \frac{Gpr^3 m}{LkT} = \left(\frac{r}{r_j}\right)^2 \quad (7)$$

$$r_j = \sqrt{\frac{kT}{G\rho m}}$$

در شرایطی که شعاع بزرگتر از معیار جینز باشد ابرمیان ستاره ای شروع به فشرده شدن می کند. امواج ناشی از فشار وزن گاز (فشرده شدن گاز) در سیستم با سرعت صوت حرکت می کنند هرچه گاز فشرده تر می گردد سرعت صوت در آن افزایش خواهد یافت. مدت زمان تراکم یافتن ابر را

می توان از روی شتاب میدان گرانشی تخمین زد، نواحی چگالتر زودتر متراکم می شوند در مقابل نقاط گرمتر با سرعت بیشتری لرزش (نوسان) می نمایند. سرعت صوت در محیط بستگی به دمای آن و عکس جرم بستگی دارد:

$$C_s \sim \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (8)$$

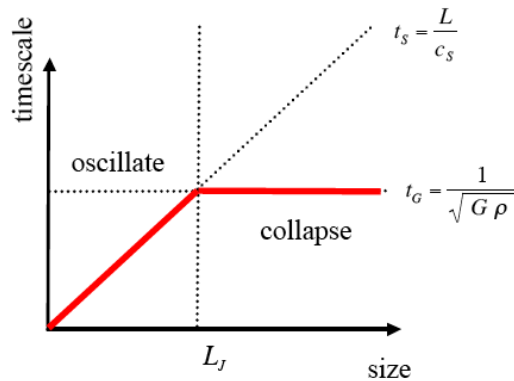
مدت زمان عبور صوت از شعاع ابر در حال تراکم میان ستاره ای :

$$t_s \sim \frac{r}{C_s} \sim r \sqrt{\frac{m}{kT}} \quad (9)$$

نسبت زمان طی مسیر شعاع ابر توسط صوت بر تراکم گرانشی مجموعه دوباره به معیار جینز می رسد:

$$\frac{t_s}{t_g} \sim \frac{r \sqrt{G\rho}}{C_s} \sim r \sqrt{\frac{G\rho m}{kT}} \quad (10)$$

$$r_j = C_s \sqrt{\frac{1}{G\rho}} \quad (11)$$



قانون پایستاری انرژی نشان می دهد با تراکم ابرگازی تبدیل انرژی پتانسیل به جنبشی منجر به افزایش دمای ابرمی گردد

$$E = KE + U = \text{const} \quad (12)$$

بنابراین براساس فرمول بولتزمن دمای مجموعه برابر خواهد بود با:

$$T = 1/3k (1/2 m v^2) \quad (13)$$

مرکز منظومه به حدی متراکم و داغ شد که خورشید اولیه را بوجود آورد. هرچه فاصله تا مرکز کمتر و تراکم جسم مرکزی بالاتررفته شتاب سقوط بالاتر می رود. بردار شتاب جاذبه به سمت مرکز و جهت بردار شتاب ذرات عمود بر شعاع و مماس بر مسیر چرخش و برابر خواهد بود با:

$$a = r\omega^2 \quad (14)$$

$$a_r = r\omega^2 \sin\phi \quad \text{شتاب زاویه ای}$$

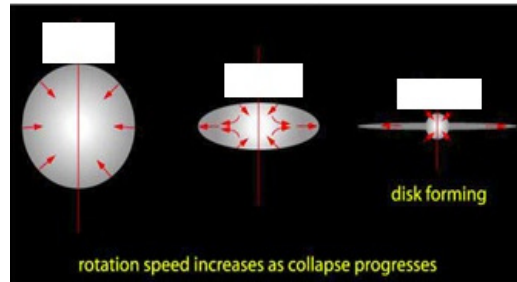
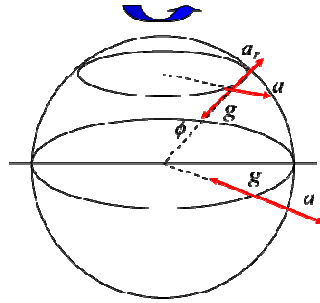
$$(\phi = 0) \Rightarrow a(r) = GM/r^2$$

$$(\phi = 90) \Rightarrow a(r) = g - r\omega^2$$

دیسک تشکیل شده حول ستاره مرکزی نقطه ای وجود دارد که جایی که $g = r\omega^2$ متوقف می گردد

$$a(r) = \frac{GM}{r^2} - r\omega^2 \sin\phi \quad (15)$$

بر اساس قانون دست راست یا ضرب خارجی بردارها، کل مجموعه بصورت راستگرد میچرخد.



شکل 4. نحوه تشکیل دیسک چرخان حول ستاره مرکزی

گاز و گردوغبار در نزدیکی مرکز باگشتاور زاویه ای کمتر به مرکز ابر سقوط می کنند مواد دارای گشتاور زاویه ای بیشتر به خاطر نیروهای سانتریفوژنی توانند سقوط آزاد نمایند. به مراتب افتادن گردوغبار و گاز به صفحه سیاره ای این دیسک متراکم شده انرژی آن سقوط می کند بصورت حرارت دفع می شود.

معادله هیدرواستاتیک عبارت است از: $\frac{dp}{dr} = -\rho g$

رابطه $H/r = 1/2$ نسبت ضخامت به شعاع دیسک طبق رابطه زیر که معمولاً (بخصوص برای کهکشانها)

$$\frac{H}{r} = \sqrt{2} \frac{c}{r\omega} \propto r^{(1-q)/2}$$

عامل پهن شدن دیسک q می باشد

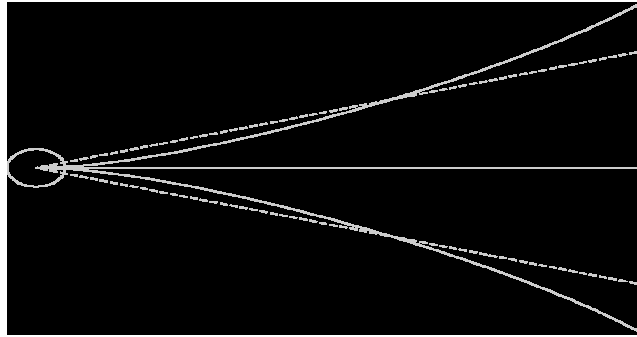
$$\omega \propto r^\beta$$

$$\rightarrow \frac{H}{r} \propto r^{-q/2 - \beta - 1}$$

توجه داشته باشید که شکل دیسک را دما تعیین می کند. معادله تعادل نیروهای داخلی دیسک عبارت است از:

$$F_{gravity} + F_{gas} + F_{rotation} = 0$$

$$-\frac{GM_{star}}{r^2} - \frac{1}{\sigma} \frac{dP}{dr} + r\omega^2 = 0$$



فاکتور توزیع چگالی ماده در نقاط مختلف دیسک $\sigma = \sigma(r)$ سرعت زاویه ای ماده در داخل دیسک برابر رابطه کپلر نبوده از لزوجت (ویسکوزیته) گاز تبعیت می کند:

$$\omega \sim \omega(1 - \eta) \text{ where } (0 < \eta < 1) \quad (16)$$

برای مقادیر لزوجت کمتر چرخش دیسک کمی با سرعت پائین تر از قانون کپلر خواهد بود.

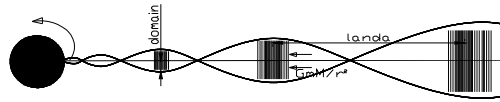
موج ایستاده

درانتشار آشفتهگی الاستیک جبهه موج جایی است که در تمام نقاط آن پارامترهای ترمودینامیکی (سرعت، چگالی، فشار و دما) دارای مقادیر یکسانی هستند. دو نوع موج در دیسک سیاره ای قابل انتشار است موج شوکی و موج صوتی. جبهه موج شوکی را شوک فشار یا تراکم می گویند. امواج صوتی هنگامی که از درون گاز میگذرد تراکم بی دررو ایجاد می کند. سرعت جبهه موج عبارتست از:

$$v = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho} * \frac{P_1 - p}{\rho_1 - \rho}} \quad (17)$$

ادامه تحقیق حاضر شبیه سازی تراکم ناشی از اثر شدت میدان گرانش بر روی دیسک برای پیدا کردن دامنه و طول موج خواهد بود. میدان گرانشی خورشید در حال تولد امواج ایستاده در ابرگازی دیسک چرخان بوجود آورده حاصل آن تشکیل خطوط چگالتر در فواصل معین از مرکز میدان برای تشکیل سیارات بوده رصد ها و قانون تیتوس - بده نشان می دهد که موج شوکی ناشی از تراکم خورشید به عنوان ستاره تی ثوری مخروط ماخ ایجاد کرده که دامنه موج با افزایش فاصله از خورشید با توان 2 افزایش یافته تنها دلیل نظم دقیق این فواصل تب های موج در دوایر

$$M = \frac{v}{c_s} \text{ است. بوده}$$



شکل 5- تشکیل امواج طولی ایستاده در ابر در حال تراکم

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx + b\dot{x} = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x + \frac{b}{m}\dot{x} = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x + \frac{b}{m}\dot{x} = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x + \gamma \frac{dx}{dt} = 0$$

نیروی مقاوم یکسپال در مقابل جسم متحرک تابع سرعت جسم است. و اندازه اش با معادله زیر تعریف می شود:

که درخلاف جهت بردار سرعت اعمال می شود.

سرعت صوت در هوای 25 درجه سانتی گراد و فشار یک اتمسفر برابر 340 متربرثانیه یا 1225 کیلومتر در ساعت می باشد

چگالی جوزمین در مجاورت سطح دریا 1.3 کیلوگرم برمتر مکعب بنا براین دما 300 درجه کلوین و چگالی مذکور را در فرمول 8 قرار داده سرعت صوت را بدست می آوریم همچنین V_{rms} مولکول ها نیز از رابطه بولتزمن قابل محاسبه است.

$$c_s \sim \sqrt{\frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{300n * 1.38 * 10^{-23}}{1.3 * 10^{-3}}}$$

$$n = 6.022 * 10^{23}$$

$$\frac{kT}{m} = \frac{300 * 6.022 * 10^{23} * 1.38 * 10^{-23}}{1.3 * 10^{-3}} = 300 * 6 * 1.06 * 10^3$$

$$c_s \sim \sqrt{186000} = 425 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}nkT$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3nkT}{m}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3 * 6.022 * 10^{23} * 1.38 * 10^{-23} * 300}{1.3 * 10^{-3}}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{924 * 6.022 * 10^3} = \sqrt{5.6 * 10^6} = 2.3 * 10^3 \text{ m/s}$$

اگر 2 درصد جرم خورشید در دیسک سیاره ای به شعاع مدار پلوتون با ضخامت بدست آمده از رابطه

$$\frac{H}{r} = \sqrt{2} \frac{c}{r\omega} \propto r^{(4-q)/2}$$

شکم موج شرایط لازم از قبیل چگالی و دمای لازم را برای تامین مواد اولیه سیارات بوجود آورده است. فواصل سیارات نشانگر میرایی موج بدلیل کاهش شدت میدان گرانشی در فواصل دور می باشد. با توجه به اینکه میرایی در دامنه ایجاد می شود و طول موج ثابت می ماند لذا موج مذکور طولی بوده است. محاسبات و تحقیق ما به این نتیجه رسیده است که بغیر از مرحله تخت شدن ابر اولیه که منجر به تشکیل دیسک چرخان گردیده در سایر مراحل امکان تشکیل موج ایستاده مشابه وجود نداشته است. این بررسی ما را به این نتیجه می رساند که تنها و تنها سیاره نپتون بوده که از سایر قسمتهای منظومه شمسی به موقعیت فعلی مهاجرت کرده است.

مراجع

- [1] Harwit . martin "Astrophysical concepts"1998 Springer third edition
- [2] Wikipedia ,Tittus-Bode law ,from web site
- [3]S.F.Dermot "Bode's law and the resonant structure of the solar system"Nature Physical science 244,18(1973)
- [4]lecture "solar nebula theory" from web site
- [5]Aldo M. Serenelli^{1,2}, W. C. Haxton^{3,4} and Carlos Peña-Garay" solar models with accretion .I. application to the solar abundance problem.
- [6] Chang-Goo Kim^{1,2}, Woong-Tae Kim^{1,2,3} and Eve C. Ostriker" regulation of star formation rates in multiphase galactic disks :numerical tests of the thermal/dynamical equilibrium model .
- [7]PY4A01 Solar System Science" solar nebula theory lecture "

