$$\Psi = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right)^2\right\}. \tag{16a}$$

Man findet leicht, daß wirklich

$$-\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \frac{\partial X_u}{\partial u},$$

usw.,

$$\mathfrak{S}_x{}^g = icU_x, \quad \mathfrak{S}_y{}^g = icU_y, \quad \mathfrak{S}_z{}^g = icU_z,$$
$$\psi^g = U_u.$$

Weil der Gravitationstensor symmetrisch ist, ist die Impulsdichte gleich dem durch c^2 dividierten Energiestrom.

Die Gleichung (4), die die Veränderlichkeit der Masse eines Massenpunktes ausdrückt, läßt sich leicht auf ausgedehnte Massen verallgemeinern. Zu dem Zweck haben wir das Gleichungssystem (8) in derselben Weise zu behandeln, wie früher das Gleichungssystem (3). Wir multiplizieren die Gl. (8) der Reihe nach mit $\mathfrak{a}_x$, $\mathfrak{a}_y$, $\mathfrak{a}_z$, $\mathfrak{a}_u$ und addieren. Wenn keine anderen Ursachen als das Gravitationsfeld eine Veränderlichkeit der Masse bewirken, ist die äußere Kraft $\mathfrak{K}'$ senkrecht auf $\mathfrak{a}$, und man bekommt nach einiger Umformung

$$\frac{\partial}{\partial x}\gamma \mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma \mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma \mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma \mathfrak{a}_u = \frac{\gamma}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}, \tag{17}$$

oder

$$\operatorname{div} \varrho \mathfrak{v} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\varrho}{c^2}\left\{\mathfrak{v} \nabla \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right\} \tag{18}$$

oder noch

$$\frac{d}{dt}(\varrho\, dv) = \frac{\varrho\, dv}{c^2}\frac{d\Phi}{dt} \tag{18a}$$

(dv ein Volumenelement). Diese drei miteinander identischen Gleichungen drücken allgemein das Gesetz der Veränderung der Masse durch das Gravitationsfeld aus.

Die Gleichung (1) läßt sich in bekannter Weise integrieren. Man erhält die bekannte Formel für das retardierte Potential,

$$\Phi(x_0, y_0, z_0, t) = -f \cdot \int \frac{dx\,dy\,dz}{r}\gamma_{t-\frac{r}{c}} + \text{const}, \tag{19}$$

wo $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$. Die Integration bezieht sich auf den dreidimensionalen Raum, und für γ ist der Wert für die Zeit $t - \frac{r}{c}$ zu nehmen.

Man sieht aus (5) und (19), daß es keine wirklich punktförmigen Massen geben kann, denn in einem solchen Massenpunkte selbst würde $\Phi = -\infty$, und also die Masse Null sein. Wenn ein Körper sich zusammenzieht, vermindert sich seine Masse, und bei verschwindendem Volumen würde auch die Masse verschwinden. Soweit ich sehe, führen diese Konsequenzen der Theorie nicht zu Widersprüchen.

Wie man sieht, hat die hier entwickelte Theorie mit derjenigen vieles gemeinsam, die Abraham in dieser Zeitschr. **13**, 1, 1912 gegeben, aber später wieder verworfen hat[1]). Die hier entwickelte Theorie ist aber von allen den Übelständen frei, die in den Theorien von Einstein und Abraham die Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit mit sich bringt.

Nachtrag bei der Korrektur. Aus einer brieflichen Mitteilung von Herrn Prof. Dr. A. Einstein erfahre ich, daß er sich bereits früher mit der von mir oben benutzten Möglichkeit befaßt hat, die Gravitationserscheinungen in einfacher Weise zu behandeln, daß er aber zu der Überzeugung gekommen ist, daß die Konsequenzen einer solchen Theorie der Wirklichkeit nicht entsprechen können. Er zeigt an einem einfachen Beispiel, daß nach dieser Theorie ein rotierendes System im Schwerkraftfelde eine kleinere Beschleunigung erhalten wird als ein nichtrotierendes.

Diese Folgerung finde ich an sich nicht bedenklich, da der Unterschied zu klein ist, um einen Widerspruch mit der Erfahrung zu geben. Wohl zeigt aber die besprochene Folgerung, daß meine Theorie mit der Einsteinschen Äquivalenzhypothese nicht vereinbar ist, nach welcher ein unbeschleunigtes Bezugssystem im homogenen Gravitationsfelde einem beschleunigten Bezugssystem im gravitationsfreien Raume äquivalent wäre.

In diesem Umstand sehe ich aber keinen hinreichenden Grund die Theorie zu verwerfen. Denn obwohl die Einsteinsche Hypothese außerordentlich geistreich ist, bietet sie doch anderseits große Schwierigkeiten. Es sind deshalb auch andere Versuche, die Gravitation zu behandeln, wünschenswert, und ich will mit meiner Mitteilung zu diesen einen Beitrag liefern.

1) M. Abraham, diese Zeitschr. **13**, 793, 1912.

Helsingfors, 20. Oktober 1912.

(Eingegangen 23. Oktober 1912.)

Über einen Versuch zum Vergleiche der Relativitätstheorie mit den mechanischen Anschauungen über die Lichtausstrahlung.

Von Michele La Rosa.

Jetzt, wo die Relativitätstheorie einer Krisis entgegengeht, wäre es von höchstem Interesse, einen Versuch zu finden, auf Grund dessen man zu einer klaren Entscheidung zwischen dem zweiten angegriffenen Prinzip der Relativitätstheorie und den mechanischen Anschauungen kommen könnte, die eine Vermittlung zwischen der Lehre vom Licht und Elektromagnetismus und dem eigentlichen Relativitätsprinzip in Aussicht stellen, ohne daß dabei revolutionäre Rückwirkungen einträten.

An solchen Versuchen hat es nicht gefehlt. In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) habe ich mich ausführlich mit ihnen und ihren Besprechungen beschäftigt. Wenn ich mir erlaube, hier auf diese Arbeit hinzuweisen, so geschieht es weniger wegen des negativen Ergebnisses, zu dem ich dort gelangt bin, was den Wert der bis jetzt erhaltenen Resultate betrifft, als, um die Aufmerksamkeit von Forschern, die große Übung und reiche Mittel besitzen, auf einen bemerkenswerten Vorschlag zu lenken, den ich dabei Gelegenheit hatte zu machen; denn ich glaube, er ist bisher von den meisten übersehen worden.

Was mich auf diese Meinung brachte, ist vor allem eine kürzlich erschienene Arbeit von Herrn Tolman[2]), einem der Forscher, die sich am meisten mit dem wichtigen Gegenstande beschäftigt haben. Meine Arbeit wird darin mit keinem Worte erwähnt, obwohl ich im wesentlichen dieselben Gedanken entwickelt habe.

Ich hob in dieser Arbeit hervor, daß die Relativitätstheorie und die mechanischen Theorien verschiedene Resultate ergeben für die Fortpflanzung der Wellen in einem Medium, das in bezug auf die Quelle in Bewegung ist, und schlug daraufhin vor, den berühmten Versuch von Michelson und Morley mit einer Lichtquelle zu wiederholen, die außerhalb der Erde liegt (am besten mit Sonnenlicht), denn das könnte die gesuchte Probe ergeben.

Ich zeigte ferner, daß ein solcher Versuch nach der Relativitätstheorie wieder ein negatives Ergebnis liefern müßte, nach der Grundanschauung der mechanischen Hypothese aber ein positives.

Meiner Rechnung legte ich bloß die folgenden Hypothesen zugrunde:

1. Wenn die Lichtquelle und das Mittel, in dem sich die Wellen ausbreiten, eine (konstante) gegenseitige Geschwindigkeit haben, so wird für einen Beobachter O, der in bezug auf die Lichtquelle in Ruhe ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen nur insoweit beeinflußt, als dies dem Fizeauschen Versuche entspricht. $\left(\text{Mitführungskoeffizient } \frac{n^2-1}{n^2}\right)$.

2. Für einen Beobachter O_1, der in bezug auf das Medium in Ruhe ist, ergibt sich unter denselben Umständen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen durch Zusammensetzung der von dem ersten Beobachter gesehenen Geschwindigkeit mit der relativen Geschwindigkeit zwischen den zwei Beobachtern (also auch zwischen dem ersten Beobachter und der Lichtquelle) nach der gewöhnlichen Parallelogrammregel.

Auf diesem Wege, der nach meiner Meinung der einfachste und direkteste ist, da er sich den beobachteten Tatsachen am nächsten anschließt, bin ich zu dem Ergebnis gelangt, daß bei Benutzung einer Lichtquelle, die an der Bewegung der Erde nicht teilnimmt, die Wellenzüge in den zwei Armen des Michelsonschen Apparates genau die Phasenverschiebung zeigen müssen, welche die alte Theorie von Lorentz verlangt. Nun läßt sich aus unseren Hypothesen leicht folgendes ableiten:

1. Wenn sich die Wellen in einem einzigen Medium vom Index 1 ausbreiten, bleibt die Geschwindigkeit von O aus gesehen unverändert, die von O_1 aus gesehene erhält man durch Zusammensetzung der ersteren mit der relativen Geschwindigkeit zwischen der Lichtquelle und O_1 selbst.

2. Wenn die Wellen einen Spiegel treffen, der in bezug auf O_1 in Ruhe ist, so entstehen reflektierte Wellen, deren Zentren sich für die zwei Beobachter mit derselben Geschwindigkeit weiter bewegen, mit der die zwei Beobachter die Lichtquelle sich bewegen sehen: d. h. O sieht das Zentrum der reflektierten Welle unbeweglich dort im Raum, wo es von dem Spiegel ausgesandt wird. O_1 sieht es mit der Geschwindigkeit v sich von sich fortbewegen, vorausgesetzt, daß er sich zwischen Lichtquelle und Spiegel befindet und daß v die Geschwindigkeit ist, mit der er die Quelle sich nähern sieht.

Diese Folgerungen enthalten offensichtlich die Annahmen über die Fortpflanzung der Wellen, die Ritz in seinem glänzenden Versuch einer elektromagnetischen Strahlungstheorie eingeführt hat[1]).

Herr Tolman hatte eine andere Hypothese über die Geschwindigkeit der reflektierten Wellen unter den beschriebenen Umständen aufgestellt, die aber durch einen von ihm selber ausgeführten

1) M. La Rosa, N. Cimento (6) **3**, 345, Mai 1912.

2) The Phys. Rev. **35**, 136, August 1912. Es tut mir sehr leid, daß Herrn Tolman meine Arbeit entgangen ist, trotzdem ich nicht versäumt habe, ihm einen Auszug daraus zukommen zu lassen, als ich im Mai eine Anzahl von Exemplaren an ausländische Forscher verschickte.

1) Ann. de Chim. et de Phys. (8) **13**, 145, 1908.

Interferenzversuch widerlegt wurde[1]). Deswegen hielt ich es nicht für nötig, sie in meiner Arbeit zu erwähnen.

Dagegen versäumte ich nicht, zu untersuchen, zu welchem Ergebnis die von Stewart[2]) vorgeschlagene Hypothese führt und fand, daß man das obige Resultat nur mit vertauschtem Vorzeichen erhält, wenn man mit diesem Autor annimmt, daß die von einem bewegten Spiegel reflektierten Wellen sich wie Wellen verhalten, die von dem beweglichen Bild der Lichtquelle ausgehen.

Die neue Abhandlung des Herrn Tolman lehrt uns als Neues nur, daß die bekannten Tatsachen über den Dopplereffekt bei Kanalstrahlen (nach der Hypothese von Stewart müßte dieser Effekt einen Vorzeichenwechsel aufweisen, der den Tatsachen widerspricht) uns berechtigen, auch diese Hypothese zurückzuweisen, und daß, wenn wir im Bereiche der mechanischen Gesetze bleiben wollen, wir uns an die Hypothesen von Ritz halten müssen oder an die allgemeineren und direkteren, aus einem Fundamentalversuch über das Licht bei bewegtem Medium und einem alten Gesetze der klassischen. Mechanik hervorgegangenen.

1) The Phys. Rev. **31**, 26, 1911.
2) The Phys. Rev. **32**, 418, 1911.

Aus dem Physikalischen Institut der Kgl. Universität Palermo, 18. September 1912.

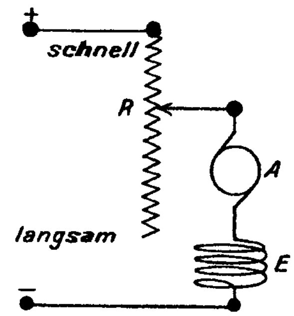
(Aus dem Italienischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 28. September 1912.)

Die Regulierung von Kleinmotoren.

Von H. Barkhausen.

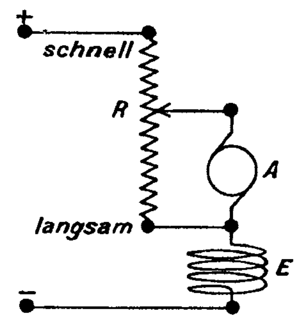
Bei Kleinmotoren, wie sie in Laboratorien zur Bewegung kleiner Apparateteile benutzt werden, ist häufig eine möglichst weitgehende Tourenregulierung erwünscht. Diese sucht man im allgemeinen durch Vorschalten eines Regulierwiderstandes R (Fig. 1) zu erreichen. Es zeigt sich dann aber, daß bei der üblichen geringen Belastung der Motor selbst bei ziemlich großen Widerständen fast gar nicht langsamer läuft; geht man aber noch weiter mit der Vergrößerung des Widerstandes, so treten Unregelmäßigkeiten auf und der Motor bleibt leicht ganz stehen. Durch die kleine Schaltungsänderung (Fig. 2), daß man das freie Ende des Regulierwiderstandes mit der anderen Seite des Ankers verbindet, wird dieser Übelstand vollständig behoben. Es genügt ein einziger, verhältnismäßig niedrigohmiger Widerstand, und



Alte Schaltung

Fig. 1.

die Tourenzahl ist einfach proportional dem Teile des Widerstandes, der parallel zum Anker liegt. Eine Tourenregulierung im Verhältnis 1 : 20 ist bei nicht allzu minderwertigen Motoren leicht zu erzielen. Man muß freilich vom Motor eine dritte, normal nicht vorhandene Leitung herausführen, die an der Verbindung von Erregung und Anker abzweigt und zu dem Wider-

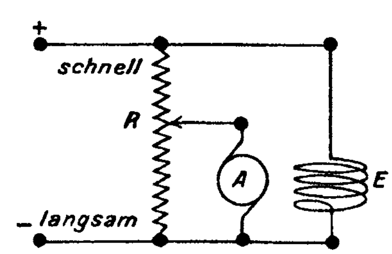


Neue Schaltung

Fig. 2.

stande, der auch eine dritte Klemme besitzen muß, hinführt. Die Schaltung kommt nur für Serienmotoren in Betracht. Bei den, für kleine Motoren weniger gebräuchlichen Nebenschlußmotoren ist die bekannte, in Fig. 3 gezeichnete Abzweigschaltung ihr gleichwertig.

Der Grund für die günstige Wirkung der Schaltung Fig. 2 ist leicht einzusehen.



Nebenschlußmotor

Fig. 3.