Je n'essaie point ici de justifier davantage ce résultat qui sera développé dans le second Mémoire annoncé. En possession de ce tenseur (et du tenseur contracté), la théorie se poursuit avec le principe d'Hamilton et les méthodes ordinaires du Calcul des variations comme le montre si magistralement M. Th. De Donder dans sa *Gravifique einsteinienne*.

PHYSIQUE. — *Sur la théorie de relativité et l'expérience de M. Sagnac.* Note de M. P. Langevin.

D'intéressantes remarques sur la théorie de relativité ont été présentées récemment par MM. Painlevé et Picard. Je montrerai ultérieurement comment les difficultés soulevées par M. Painlevé ne sont qu'apparentes et comment on peut mettre à profit ses critiques.

Je désire ici me placer au point de vue purement expérimental et rappeler que cette théorie est la *seule* qui permette actuellement de représenter l'ensemble des faits expérimentaux connus et qui possède en outre la remarquable puissance de prévision confirmée de manière si éclatante par la déviation des rayons lumineux et le déplacement des raies spectrales dans le champ de gravitation du Soleil.

Pour montrer combien cette synthèse est complète et répondre en même temps au désir exprimé par M. Picard, je vais montrer comment la théorie de relativité généralisée explique, de manière quantitative, le résultat de l'expérience de M. Sagnac et en donne en même temps l'interprétation la plus simple et la plus conforme à la nature des choses.

On sait que M. Sagnac fait interférer deux rayons lumineux issus d'une même source après leur avoir fait parcourir, grâce à des miroirs convenablement placés, un même circuit fermé dans des sens opposés. Il constate que la mise en rotation avec une vitesse angulaire ω de la plate-forme qui porte l'ensemble du système optique produit un déplacement des franges qui correspond à une différence $\frac{4\omega A}{c^2}$ entre les durées de parcours du même circuit dans les deux sens, A représentant l'aire intérieure au circuit projeté sur un plan normal à l'axe de rotation et c la vitesse de la lumière.

Remarquons tout d'abord qu'il s'agit d'une expérience du premier ordre $\left(\text{en } \frac{\omega R}{c}, \text{ R étant le rayon de la plate-forme}\right)$, sur laquelle toutes les théories de l'optique, mécaniques, électromagnétiques ou relativistes sont d'accord, qualitativement et quantitativement, et qui ne peut témoigner pour ni contre aucune d'entre elles. On ne saurait donc, à aucun point de vue, comparer cette expérience à celle de M. Michelson. Celle-ci est du second ordre en fonction de la vitesse de translation, et son importance tient à ce qu'elle est venue mettre en évidence de manière aiguë la nécessité d'introduire une cinématique nouvelle, imposée d'ailleurs par l'accord remarquable entre les équations de la théorie de Lorentz et l'ensemble des phénomènes électromagnétiques et optiques.

Bien que toutes les théories prévoient le résultat de M. Sagnac, on l'obtient de la manière la plus simple et la plus naturelle en se plaçant au point de vue de la relativité généralisée et en y voyant l'influence sur la propagation de la lumière du champ de gravitation particulier aux observateurs liés à la plate-forme en rotation, le même champ qui se manifeste mécaniquement par les effets de force centrifuge ou gyroscopiques.

Cette expérience, loin de constituer une difficulté pour la théorie de relativité, lui fournit ainsi un des exemples d'applications les plus immédiats.

Les caractères de symétrie du phénomène de rotation, et en particulier le fait que la rotation change de sens avec l'orientation de l'observateur suivant l'axe, exigent que la marche d'horloges portées par la plate-forme ainsi que les dimensions de celle-ci ou de règles qui lui sont liées ne soient modifiées qu'au second ordre en $\frac{\omega R}{c}$ par rapport à la marche d'horloges ou aux dimensions de règles de même construction liées à des observateurs sans rotation, ces modifications ne devant pas changer avec le signe de ω. On sait par exemple que les déformations élastiques de la plate-forme et des appareils, déformations dont il faudrait tenir compte si la précision pouvait être poussée au second ordre, ne dépendent pas du sens de rotation.

Il en résulte que si l'on représente par (x, y, z, t) et (x', y', z', t') les coordonnées espace-temps d'un même événement par rapport à des axes rectangulaires liés à la plate-forme et à des axes sans rotation respectivement, les relations habituelles de la cinématique ancienne subsistent au premier ordre entre ces deux systèmes de coordonnées. Les axes des z et des z' étant tous deux parallèles à l'axe de rotation, et les événements origines en coïncidence, on a

$$x' = x\cos\omega t - y\sin\omega t, \qquad y' = x\sin\omega t + y\cos\omega t, \qquad z' = z, \qquad t' = t.$$

L'invariant fondamental, qui, pour les observateurs sans rotation a la forme euclidienne habituelle

$$ds^2 = c^2 dt'^2 - dl'^2, \qquad dl'^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2,$$

prend dans le système de référence lié à la plate-forme la valeur obtenue par substitution, et dans laquelle je néglige les termes en ω d'ordre supérieur au premier :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - 2\omega(x\,dy - y\,dx)\,dt - dl^2, \qquad dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

La propagation d'un rayon lumineux, caractérisée par la condition $ds^2 = 0$, correspond à la relation

$$c^2 dt^2 - 4\omega\,dA\,dt - dl^2 = 0,$$

où $dA = \frac{1}{2}(x\,dy - y\,dx)$ représente la surface du triangle ayant pour sommet l'origine des coordonnées et pour base la projection sur le plan des x, y de l'élément du rayon lumineux vu par les observateurs liés à la plate-forme.

Cette relation peut s'écrire, au même ordre d'approximation :

$$dt = \frac{dl}{c} + \frac{2\omega}{c^2}\,dA;$$

d'où, par intégration le long d'un contour fermé :

$$t_1 = \frac{l}{c} + \frac{2\omega A}{c^2},$$

A représentant l'aire du contour projeté sur un plan normal à l'axe de rotation.

Pour le rayon qui suit le même contour en sens inverse, l'aire change de signe et l'on a

$$t_2 = \frac{l}{c} - \frac{2\omega A}{c^2},$$

d'où la différence $\frac{4\omega A}{c^2}$ conforme au résultat expérimental de M. Sagnac.

Au sens général introduit par M. Einstein où le champ de gravitation est représenté par l'ensemble des dix potentiels g_{ik}, l'expérience de M. Sagnac mesure l'influence sur la propagation de la lumière des potentiels g_{14} et g_{24} respectivement égaux à $2\omega y$ et à $-2\omega x$, et qui seuls sont modifiés *au premier ordre* par la rotation.

Il en est de même pour les effets de force centrifuge composée ou gyroscopiques par opposition avec les effets de force centrifuge statique qui sont du second ordre et qui correspondent au potentiel g_{44} dont la valeur exacte au second ordre est $c^2 - \omega^2(x^2 + y^2)$.

Cette expérience optique du premier ordre s'apparente ainsi à l'expérience du pendule de Foucault ou à celle du gyroscope et manifeste une fois de plus depuis Newton la possibilité de mettre en évidence le mouvement de rotation d'un système matériel par des expériences intérieures au système.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie de la pile.* Note de M. **Décombe**, transmise par M. E. Bouty.

1. Les équations sur lesquelles Gibbs [1] a fondé la théorie correcte de la pile impliquent l'hypothèse suivante que certains auteurs [2] ont pris pour base de la théorie :

« Le travail fourni par une pile hydro-électrique en activité est égal à la chaleur non compensée que dégagerait la réaction chimique si elle s'accomplissait en circuit ouvert. »

Cette hypothèse (qui ne se trouve nulle part explicitée dans le Mémoire de Gibbs, d'où la notion même de chaleur non compensée est totalement absente) permet, en effet, de rendre très exactement compte des différences que l'expérience révèle entre la chaleur chimique et la chaleur voltaïque de la pile.

Je me propose de montrer ici qu'on peut établir la théorie de la pile sur une proposition beaucoup plus simple, presque intuitive, qui résulte immédiatement des principes sur lesquels nous avons édifié la théorie électronique de la chaleur non compensée [3]. Cette proposition est la suivante :

« La chaleur non compensée dégagée dans une pile en activité par la réaction chimique qui s'y accomplit est égale à la chaleur de Joule (ri^2dt) qui s'y développe en vertu de sa résistance intérieure r et du courant i qui y circule. »

En d'autres termes, et conformément aux vues que nous avons développées touchant l'origine électrique de la chaleur non compensée, la chaleur de Joule intérieure (ri^2dt) n'est autre chose que l'expression en termes électriques de la chaleur non compensée dégagée dans la pile par la réaction chimique qui s'y accomplit.

---

(1) Gibbs, *Transactions of the Connecticut Academy*, t. 3, 1878.

(2) Duhem, *Introduction à la Mécanique chimique*, p. 130.

(3) *Comptes rendus*, 6 février et 15 mai 1911, et *Journal de Physique*, 1911.