RELATIVITÉ. — *Sur l'expérience de Sagnac.* Note de M. PAUL LANGEVIN.

MM. A. Dufour et F. Prunier, après avoir vérifié que le résultat de l'expérience de Sagnac reste le même lorsque la source lumineuse et la plaque photographique sont fixes dans le laboratoire au lieu d'être liées à la plate-forme en rotation qui porte l'appareil interférentiel, ont récemment publié un raisonnement (1) d'après lequel leur expérience, entièrement d'accord avec la théorie classique, soulèverait des difficultés quand on veut l'interpréter au point de vue relativiste.

Je voudrais montrer ici que cette conclusion est inexacte et que les prévisions faites, conformément à la théorie de la relativité, par des observateurs fixes ou par d'autres liés à la plate-forme, s'accordent entre elles aussi bien qu'avec l'expérience.

Remarquons d'abord que, tous les observateurs admettant l'indépendance des lois de la propagation de la lumière et du mouvement de la source ou du récepteur, ainsi que le fait la théorie classique qui représente d'ailleurs, en relativité, le point de vue des observateurs fixes ou plus exactement galiléens, la difficulté que croient voir MM. Dufour et Prunier concernerait aussi bien l'expérience de Sagnac sous sa forme primitive que celle dont leur Note apporte et discute le résultat. En vertu de cette indépendance, tous les observateurs doivent être d'accord pour prévoir que les deux expériences donneront exactement la même différence de phase entre les faisceaux interférents.

Il reste donc à comparer les prévisions faites pour cette différence de phase, dans l'une quelconque des deux expériences, par les observateurs fixes et par ceux qui participent au mouvement de la plate-forme. L'existence d'un désaccord entre ces prévisions semble, *a priori*, peu vraisemblable, puisque la phase d'un phénomène périodique est un invariant des transformations de la relativité restreinte qui correspondent au passage d'un système de référence galiléen à un autre également galiléen.

Il est plus délicat de vérifier que l'accord subsiste lorsque la comparaison a lieu entre un système de référence galiléen considéré comme fixe et un autre système non galiléen animé d'un mouvement de rotation uniforme.

---

(1) A. DUFOUR et F. PRUNIER, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1925.

Pour l'observateur fixe, qui raisonne au point de vue de la théorie classique, et pour qui la lumière se propage dans toutes les directions avec la même vitesse c, la lame sur laquelle les faisceaux interférents se séparent et se rejoignent, ainsi que les miroirs sur lesquels ils se réfléchissent, sont en mouvement. Il en résulte que les deux rayons lumineux, suivis chacun dans sa propagation, parcourent des trajets différents, de longueurs inégales et par suite en des temps inégaux t_1 et t_2 dont la différence est donnée, au premier ordre en fonction de la vitesse angulaire ω avec laquelle tourne la plate-forme, par l'expression

$$t_1 - t_2 = \frac{4\omega A}{c^2}, \tag{1}$$

où A représente l'aire intérieure au trajet polygonal que les deux rayons parcourent dans des sens opposés.

Il est à remarquer que, toujours au même point de vue, les deux rayons, bien qu'ils retrouvent, à la fin de leur parcours, une même direction et la même fréquence commune ν_0 qu'ils avaient avant de se séparer, ont, pendant cette séparation, des fréquences et par conséquent des longueurs d'onde qui diffèrent entre elles au premier ordre en ω. Malgré cette complication, il est facile de montrer que la différence de phase avec laquelle interfèrent les rayons considérés est égale, en nombre de périodes, à

$$\nu_0(t_1 - t_2) = \frac{4\omega A\nu_0}{c^2}. \tag{2}$$

Pour l'observateur entraîné, qui utilise sur la surface de la plate-forme des coordonnées d'espaces liées à celle-ci, distance r à un centre et angle polaire θ, par exemple, j'ai montré ([2]) qu'il n'est pas possible d'associer à cet espace un temps uniforme respectant la propagation isotrope de la lumière.

L'observateur lié à la plate-forme peut choisir entre deux solutions simples.

La première consiste à adopter un temps *central* t, qui est celui des observateurs galiléens par rapport auxquels le centre choisi sur la plate-forme est immobile. L'invariant fondamental ds^2 se présente dans ces conditions sous la forme

$$ds^2 = (c^2 - \omega^2 r^2)\,dt^2 - 2\omega r^2\,d\theta\,dt - (dr^2 + r^2\,d\theta^2).$$

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 49.

La présence du terme rectangle en $d\theta\, dt$ implique une anisotropie dans la propagation de la lumière, dont la vitesse varie avec la direction entre $c - \omega r$ et $c + \omega r$ au premier ordre d'approximation en ω.

J'ai montré il y a longtemps ([3]) que, en adoptant ce système de référence, on retrouve, par un raisonnement très simple et très général, la formule (1) pour la différence des temps de parcours des deux faisceaux lumineux dans l'expérience de Sagnac. Dans ce système, les parcours sont égaux au premier ordre, mais de durées inégales en raison de l'inégalité des vitesses de propagation. Pour la même raison, les longueurs d'onde sont inégales, bien que les périodes soient égales, contrairement à ce qui se passait pour les observateurs fixes.

La seconde solution, qui respecte l'isotropie dans la propagation de la lumière, consiste à adopter un temps *local* τ non uniforme, défini de proche en proche par intégration de sa différentielle non totale

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}}\left(dt - \frac{\omega r^2\, d\theta}{c^2 - \omega^2 r^2}\right)$$

ou, au premier ordre,

$$d\tau = dt - \frac{\omega r^2}{c^2}\, d\theta.$$

Dans ce système de référence, les parcours sont égaux ainsi que leurs durées τ_1 et τ_2, les fréquences sont égales ainsi que les longueurs d'onde, mais, par suite de la non-uniformité du temps τ, l'égalité entre τ_1,

$$\tau_1 = t_1 - \frac{\omega}{c^2}\oint r^2\, d\theta = t_1 - \frac{2\omega A}{c^2},$$

et τ_2,

$$\tau_2 = t_2 + \frac{\omega}{c^2}\oint r^2\, d\theta = t_2 + \frac{2\omega A}{c^2},$$

implique, entre les arrivées sur la plaque photographique des rayons partis de la source lumineuse à un même instant pris pour origine, une différence de temps $t_1 - t_2$ conforme à l'expression (1) et par conséquent une différence de phase conforme à l'expression (2).

([3]) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 831.