
FONDAMENTI SPERIMENTALI DEL 2.° PRINCIPIO DELLA TEORIA DELLA RELATIVITÀ.

M. LA ROSA.

Le relazioni cinematiche fra l'Etere e la Materia hanno formato da circa un secolo, uno dei problemi più importanti della Fisica.

Fresnel concepì l'Etere contenuto in ogni corpo come risultante di due parti: l'una libera, dotata della medesima densità che ha l'Etere del vuoto, la quale conserverebbe immutata la sua posizione nello spazio, l'altra vincolata al corpo, e da questo trascinata in tutti i suoi movimenti, la quale avrebbe una densità uguale a $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ della densità totale, dove n indica l'indice di rifrazione del corpo.

Stokes mise avanti e sostenne un'ipotesi diversa, che riusciva a spiegare i medesimi fenomeni considerati da Fresnel cioè l'aberrazione sia nell'aria che in altri corpi, ed i risultati negativi delle ricerche fatte sopra un'eventuale influenza della traslazione terrestre sui fenomeni di riflessione, rifrazione polarizzazione: l'ipotesi del trascinamento totale dell'Etere, da parte dei corpi materiali in moto.

Essa ebbe, però, poca fortuna, sia perchè, nel campo della dottrina dell'Etere elastico, urtava contro una grave difficoltà teorica che scaturiva dal dovere ammettere che l'Etere non presenti scorrimento rispetto alla superficie dei corpi in moto; sia perchè un'esperienza ormai classica si pronunziò nettamente contro il trascinamento totale.

Questa esperienza, dovuta a Fizeau e ripetuta poi con grande cura dal Michelson, assicura che la velocità della luce

all'interno di due tubi attraversati in senso opposto da una rapida corrente di acqua sono diverse, e precisamente data da:

$$c_1 + v \frac{n^2 - 1}{n^2} \quad c_1 - v \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

in cui c_1 è la velocità della luce nel mezzo in riposo, v la velocità della corrente, n l'indice di rifrazione dell'acqua.

Tale risultato porta a concludere che il mezzo in moto trascina le onde luminose, ma il trascinamento è soltanto parziale ed avviene esattamente nella misura proposta da Fresnel.

La teoria elettromagnetica, nella forma elaborata da Hertz, ammise l'ipotesi di Stokes; essa perciò non poteva spiegare alcuni dei fenomeni citati, fra cui questo di Fizeau, che fu riguardato come *experimentum crucis* contro il trascinamento totale dell'Etere.

Lorentz, più tardi, ammise l'esistenza di un *Etere fisso*, ma riuscì a conciliare questa ipotesi con l'esperienza di Fizeau — con cui sarebbe stata in contrasto — introducendo un nuovo concetto, quello di tempo locale, e per la stessa via poté spiegare le altre ricerche che sembravano una testimonianza in favore del trascinamento parziale.

L'ipotesi di Stokes e di Hertz avrebbe avuto un merito grandissimo — venuto in rilievo solo in questi ultimi tempi — quello di estendere ai fenomeni dell'ottica e dell'elettromagnetismo il principio di relatività della meccanica ordinaria.

La teoria di Lorentz, invece, nella sua forma primitiva, non ammetteva tale principio, essa cioè lasciava prevedere una dipendenza delle leggi dei fenomeni ottici ed elettromagnetici da una velocità costante e comune, da cui eventualmente potessero trovarsi animate tutte le parti del sistema in cui i fenomeni si svolgono.

Così, essa lasciava prevedere che un semplice confronto, fra il tempo di propagazione della luce, sopra un sistema in moto — con velocità costante — e lungo un cammino coincidente con la traslazione, ed il tempo di propagazione lungo

un cammino uguale, orientato normalmente al primo avrebbe potuto dare il valore della velocità della traslazione del sistema rispetto all' Etere, ossia la sua velocità assoluta. Il primo tempo, secondo Lorentz, avrebbe dovuto risultare più grande del secondo, e la differenza avrebbe dovuto dipendere esclusivamente dalla lunghezza comune dei cammini, L , dalla velocità della luce, c , e dalla velocità della traslazione; e precisamente secondo la relazione:

$$(1) \quad \tau = \frac{L v^2}{c^3}$$

supposto ciascun cammino percorso due volte, cioè in un senso e nell' altro.

Questo risultato, come è noto, potè venire confrontato con l' esperienza (la celebre esperienza di Michelson e Morley), ripetuta poi con ogni cura da Morley e Miller ¹⁾ di cui l' esito è stato nettamente negativo.

Per giustificare un tale risultato Lorentz e Fitz-Gerald ammisero che, nel senso della traslazione, i corpi subissero una vera contrazione ²⁾, di tale importo, da compensare il maggior tempo che la luce dovrebbe impiegare a percorrere il cammino orientato in questo senso.

Ma ammessa pure l' ipotesi della contrazione non veniva perciò composto il dissidio fra la teoria di Lorentz ed il principio di relatività.

L' influenza della traslazione terrestre, esclusa nell' esperienza di Michelson mercè tale ipotesi, trovava certamente ancora posto in tutti i fenomeni in cui il compenso della contrazione non avrebbe potuto intervenire.

Così Rayleigh richiamò l' attenzione sulla birifrangenza accidentale che i corpi trasparenti avrebbero dovuto presentare a causa del moto di traslazione terrestre; e questo effetto fu cercato dal Brace (2) ma con esito negativo. Risul-

¹⁾ Morley e Miller. « Report of an experiment to detect the Fitz-Gerald, Lorentz effect. » *Phil. Mag.* (6). 9, p. 680. 1905.

²⁾ Su questa ipotesi, emessa nel 1892 si veda la nota di pag. 362.

tati pure negativi avevano avuto alcune ricerche elettromagnetiche di Trouton e Noble e di altri.

Per tagliar corto con tutti questi tentativi diretti a scoprire l'influenza della traslazione terrestre sui fenomeni ottici ed elettromagnetici, tentativi che rimanendo infruttuosi gettavano dubbi sulla nuova teoria degli elettroni, Lorentz cercò di fare in modo che essa potesse per tutti quanti prevedere esito negativo, cioè cercò di conciliare la sua teoria col principio di relatività.

Questo principio dice in fondo, che le equazioni che descrivono i fenomeni della meccanica, non cambiano di forma quando si cambi il sistema di assi di riferimento; purchè il nuovo sistema non sia animato da moto vario rispetto al primitivo.

Ciò si può anche esprimere dicendo, che le equazioni della meccanica non mutano, se trasformate con le formole che esprimono una traslazione uniforme.

Queste formole come è noto si possono scrivere così:

$$(4) \quad x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z$$

alle quali si può aggiungere anche quest'altra:

$$t' = t$$

che esprime che il tempo è lo stesso rispetto a qualunque sistema di riferimento:

Ora se nelle formole della teoria di Lorentz, al posto delle grandezze x, y, z, t si introducono le x', y', z', t' date dalle (4) si perviene, in ultimo, ad un sistema di equazioni che non coincide più col sistema solito a cui si perviene facendo uso delle variabili x, y, z, t , il che altro non significa che la teoria di Lorentz non è conciliabile con il principio di relatività della meccanica classica.

Ma ciò che occorre, perchè la teoria potesse prevedere risultato negativo per tutte le ricerche dirette a scoprire l'influenza della traslazione sui fenomeni osservabili, era proprio questo: ottenere che le equazioni della teoria potessero

venire impunemente trasformate mediante le formole della traslazione, ed a ciò manifestamente non si poteva pervenire che con l'uno o l'altro dei seguenti mezzi: o mutare le equazioni della teoria, o mutare quelle che esprimono la traslazione.

In questa alternativa, Lorentz preferì conservare inalterata la teoria degli elettroni e mutare, opportunamente i concetti meccanici fondamentali in modo che le formole, che nella nuova meccanica esprimono la traslazione, potessero soddisfare alla condizione loro imposta: quella di non alterare le equazioni di Lorentz.

La teoria della relatività, esposta da Einstein, coincide in sostanza con questa seconda forma della teoria di Lorentz, su cui ha il pregio di una esposizione più diretta che mette in chiara luce l'influenza profonda, che per necessità di cose, il principio di relatività ha avuto nello sviluppo della teoria.

È noto che la teoria di Einstein muove da due postulati essenziali:

1.^o Il principio di relatività propriamente detto.

2.^o Il principio della costanza della velocità della luce nel vuoto.

Questi postulati, accoppiati, portano a concludere che se la propagazione delle onde nel vuoto, viene espressa dall'equazione:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

rispetto ad un sistema di assi in quiete (c velocità della luce nel vuoto), rispetto ad un sistema in moto con la velocità v , qualunque purchè costante, verrà espressa da

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2.$$

Ora le formole di trasformazione, direttamente ricavabili, che permettono di passare dall'una all'altra di queste equazioni sono:

$$(5) \quad x' = \beta (x - v t) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \beta \left(t - \frac{v x}{c^2} \right)$$

nelle quali si è posto :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Esse coincidono, a meno di un fattore comune, con quelle della trasformazione di Lorentz, e conducono, quindi ai risultati medesimi: la contrazione della lunghezza e del tempo secondo la traslazione, la variazione della massa, ecc.

Fra le due teorie non vi è che una sola differenza, che è del più alto interesse filosofico: Mentre la teoria di Lorentz conserva la nozione dell' *Etere fisso* e quindi considera il moto di un sistema rispetto all' *Etere* — che acquista valore di moto assoluto — Einstein respinge la nozione dell' *Etere* e non tiene conto che dei moti relativi di un sistema rispetto ad un altro. Da ciò deriva che i mutamenti nel tempo, nelle lunghezze, nelle masse ecc., che hanno un carattere di realtà nella teoria di Lorentz (essendo le grandezze di un sistema in moto sempre confrontabili con i valori che esse assumono in un sistema in quiete rispetto all' *Etere*), diventano puramente illusori — quasi psicologici, come si esprimono Lewis e Tolman — nella concezione di Einstein; poichè dipendenti solo dalla posizione e dal moto relativo dell'osservatore, e non riferibili ad un sistema in quiete.

Le gravi conseguenze che nel campo della meccanica ed in quelli delle scienze vicine hanno portato queste nuove teorie impongono il più grande scrupolo e le maggiori esigenze nella ricerca dei fondamenti teorici e sperimentali dei principi su cui esse sono state elevate.

Le numerose esperienze ¹⁾ intraprese col fine di rivelare un' influenza della traslazione terrestre su svariati fenomeni possono in verità costituire, col loro esito concordemente negativo, una base di fatto più che bastevole per lasciare accogliere con fiducia *il principio di relatività propriamente detto*.

¹⁾ Cfr. J. Laub. « Jahrb. d. Radioakt. u. Elekt. ». Bd. 7, pag. 405, 1910.

Simili fondamenti non possono venire invocati in favore del 2.^o postulato. Sulla velocità di propagazione della luce in un sistema in moto con velocità costante, si può dire solo che deve essere la stessa in tutte le direzioni se la sorgente fa parte del sistema medesimo.

Ciò per soddisfare al principio di relatività. Ma è di grandissima importanza porre subito in rilievo che per soddisfare a questo principio basta ammettere che tale costanza *sussista solo per un osservatore appartenente al sistema in moto*; mentre il postulato di Einstein vuole che *la costanza della velocità della luce nel vuoto sussista anche per un osservatore che non faccia parte del sistema*, cioè per un osservatore in moto rispetto al sistema; e che di più il valore unico di tale velocità da questi misurato in ogni direzione sia quello stesso misurato da un osservatore in riposo rispetto al sistema.

Questo secondo postulato esprime, ed eleva a legge generale, un vecchio concetto della teoria dell'Etere elastico (di Fresnel); quello che considera la velocità della luce come dipendente *solo* da proprietà del mezzo, e quindi non soggetta ad influenza del moto della sorgente.

Ora, come è facile vedere, questo concetto può accordarsi col principio di relatività solamente nel caso in cui si ammetta il trascinamento totale dell'Etere per parte dei corpi in moto (l'ipotesi di Stokes-Hertz). Nelle altre ipotesi (trascinamento parziale, o Etere fisso) il conflitto è inevitabile, poichè allora la propagazione della luce deve apparire necessariamente anisotropa ad un osservatore in moto (uniforme o no) rispetto al mezzo, anche quando la sorgente abbia la medesima velocità dell'osservatore.

Da qui proveniva in fondo la contraddizione fra il principio di relatività della meccanica e la (primitiva) teoria di Lorentz, fondata sull'ipotesi dell'Etere fisso. La loro conciliazione, voluta nella nuova teoria, non fu possibile che a prezzo di un' audace ipotesi: quella che attribuisce al tempo ed allo spazio l'anisotropia, che l'ipotesi dell'Etere non trascinato, necessariamente prevede per la velocità di propagazione della luce in un sistema animato da movimento. Dalla

loro unione sono, infatti, scaturiti quei mutamenti nei concetti di tempo e di spazio che così larga eco hanno avuto nella meccanica, nella fisica e nelle scienze affini.

Ed è molto strano, come osserva lo Stewart ¹⁾, che la teoria della relatività che esordisce rinnegando l'Etere venga edificata sulla base essenzialissima di un concetto pure essenziale della teoria dell'Etere; e secondo me, è anche degno di molta considerazione il fatto, che, dopo tutto, essa debba proprio pervenire a quella vecchia ipotesi del trascinamento totale, che sola a tutta prima si mostrava conforme al principio di relatività; con questa sola variante, che il trascinamento avverrebbe in conformità della regola di composizione della velocità suggerita dalla nuova meccanica ²⁾.

Se per poco si volesse abbandonare questo concetto dell'indipendenza della velocità della luce dal moto della sorgente, cioè abbandonare il 2.^o postulato di Einstein ³⁾, si potrebbe estendere il principio di relatività ai fenomeni dell'ottica e dell'elettromagnetismo senza ledere in alcun modo la meccanica classica.

È ciò che alcuni tentano di fare, supponendo che la luce emessa da una sorgente in moto si propaghi con velocità costante in tutte le direzioni solo rispetto ad un osservatore animato dalla stessa velocità della sorgente — conformemente al 1.^o principio — ma che tale isotropia di propagazione più non sussista per un osservatore in moto rispetto alla sorgente; e che anzi la velocità della luce, rispetto a questi, sia uguale alla velocità che si ottiene, componendo quella osservata nella detta direzione da un osservatore in quiete, rispetto alla sor-

¹⁾ *The Phys. Rev.* XXXII, pag. 418. 1911.

²⁾ *Laue. Ann. d. Phys. Bd.* 23, pag. 989. 1907.

³⁾ Einstein ed Abraham, in occasione di alcune ricerche sulla propagazione della luce nel campo gravitazionale hanno fatto l'ipotesi che in questo campo tale velocità sia funzione del valore del potenziale. In queste nuove ricerche la velocità della luce viene, così, a perdere il valore di *costante universale* che il 2.^o postulato le attribuiva. Cfr. *Ann. d. Phys.* Bd. 35, pag. 898, 1911 e *Rend. Acc. Lincei*, vol. XX, pag. 678, 1911, (2.^o semestre).

gente, con la velocità che questa ha rispetto all'altro osservatore ¹⁾).

Il merito di una grande semplicità e di un adattamento completo con la meccanica classica dovrebbe certo esser tenuto in giusto conto se si dovesse procedere ad una scelta aprioristica e provvisoria fra le due ipotesi. Ma solo la prova dei fatti può avere valore in un giudizio definitivo. Tale prova, già tentata, non può dirsi ancora raggiunta.

Comstock ²⁾, ed, indipendentemente da questi il Prof. Castelnuovo ³⁾, hanno richiamato l'attenzione, sulla possibilità di assoggettare a controllo sperimentale le due ipotesi, ricorrendo alle osservazioni di quelle stelle doppie, che descrivono orbite giacenti in piani che passano press' a poco per la Terra. Allora se uno degli astri gira attorno all'altro con una velocità effettiva v , si può ritenere che esso dalla Terra apparirà animato dalla velocità periodica $v \sin 2\pi \frac{t}{T}$ diretta secondo la visuale, supposto che si prende come origine del tempo l'istante in cui l'astro passa per la congiungente il centro dell'orbita con quello della Terra.

Ora gl'istanti di tre o più passaggi consecutivi per le due posizioni A e B in cui tale velocità acquista i valori estremi $+v$ e $-v$ (che si possono considerare come equidistanti) possono apparire ad un osservatore terrestre pure equidistanti solamente se la velocità con cui la luce viaggia nello spazio è indipendente dalla velocità dell'astro che gira, cioè nell'ipotesi di Einstein, mentre nell'ipotesi meccanica tali intervalli come è evidente debbono apparire diversi.

I risultati che finora sono stati da Comstock ottenuti sembrano non conformi alla seconda ipotesi; ma, come lo stesso A avverte, ogni conclusione è prematura, poichè le os-

¹⁾ Questa ipotesi si accorda con parecchie immagini concrete sulla natura della luce: p. es., quella dell'Etere trascinato, quella balistica sviluppata da Ritz, quella proposta da J. J. Thomson di cui più avanti è fatto un cenno.

²⁾ *The Phys. Rev.* XXX, pag. 267, 1910..

³⁾ *Scientia*. IX, pag. 64. 1911.

servazioni — punto semplici — sono appena cominciate. D'altra parte la mancanza di ogni particolare sui mezzi ed il metodo impiegati nella difficile ricerca spettroscopica, non permette di formare apprezzamenti sul valore delle osservazioni.

Tolman ¹⁾ ha creduto di poter trarre una prova contraria all'ipotesi meccanica battendo la seguente via :

Egli comincia a mostrare che in tale ipotesi la lunghezza dell'onda risulta indipendente dalla velocità della sorgente, e ne conclude che pure indipendente da tale velocità deve rimanere la posizione di una riga nello spettro normale delle stelle o dei due bordi del disco solare, contrariamente a quanto ben si conosce, dagli studi sull'effetto Döppler negli spettri normali di tali corpi.

Tale conclusione, secondo un'obiezione che lo stesso Tolman si pone, non sarebbe però decisiva. L'esistenza dell'effetto Döppler negli spettri normali dei corpi celesti si potrebbe infatti spiegare ammettendo che la luce riflessa dal reticolo, si propaghi, non con la velocità $c + v$ con cui viene dalla sorgente, ma con la velocità c ; ciò che equivale a considerare la superficie riflettente come nuova sorgente (in riposo rispetto all'osservatore terrestre).

Questa ipotesi accessoria è stata sottomessa dallo stesso Tolman a controllo sperimentale nel modo seguente :

Un fascio di luce, proveniente da uno dei bordi del Sole, passava per una stretta fenditura, e veniva in parte a cadere, con incidenza quasi radente, sopra uno specchio. Il fascio riflesso veniva a sovrapporsi alla porzione rimanente del fascio primitivo, e generava un sistema di frangie d'interferenza. Se le onde provenienti direttamente dal bordo solare avessero avuto la velocità $c + v$ (a secondo del bordo scelto) e quelle riflesse dallo specchio la velocità c , il sistema di frangie avrebbe dovuto spostarsi, quando, alla luce proveniente da un bordo, fosse stata sostituita quella proveniente dall'altro. Orbene le esperienze condotte nel descritto modo hanno dato esito negativo.

¹⁾ *The Phys. Rev.* XXXI pag. 26, 1911.

Tale risultato, messo in rapporto con l'esistenza dello effetto Döppler negli spettri normali della luce degli astri, fornirebbe, secondo Tolman, una sufficiente prova contro l'ipotesi della composizione.

Ma Stewart ¹⁾ ha fatto osservare che non è esatto considerare il reticolo come esclusivo misuratore delle lunghezze d'onda, anzi appoggiandosi ad un'immagine concreta di una teoria della luce fondata da J. J. Thomson ²⁾ sull'ipotesi meccanica, mostra che l'effetto Döppler in uno spettro normale dovrebbe dipendere dalla velocità relativa della sorgente e del reticolo; in perfetto accordo col principio di relatività.

Circa all'esperienza interferenziale di Tolman, Stewart ha fatto osservare, come essa provi solamente che l'ipotesi da questi fatta, sulla velocità che acquistano le onde dopo la riflessione, non era esatta; e di più ha fatto vedere che su tal punto si può, con miglior ragione, ammettere che la velocità delle onde riflesse dipenda dalla velocità dell'immagine, come quella delle onde dirette dipende dalla velocità della sorgente.

Da canto mio posso osservare, che, volendo anche astrarre dalle critiche di Stewart, si potrebbe concludere — come fa il Tolman — che secondo l'ipotesi meccanica, il reticolo non può rivelare effetto Döppler, solamente se si potesse supporre — come è necessario nella ordinaria teoria — che le onde che si allontanano dal reticolo abbiano *in tutti i sensi* la stessa velocità. Ma se indichiamo con c la velocità delle onde in un sistema in quiete e con v la velocità della sorgente che supponiamo diretta da questa verso e normalmente al reticolo, l'ipotesi meccanica porta, invece, a concludere che

¹⁾ L. C.

²⁾ Secondo tale immagine le onde luminose debbono essere considerate, come perturbazioni che si propagano con *velocità costante*, dentro i tubi di Faraday, di piccola apertura, (a cui viene attribuita realtà fisica) che partono da ogni elettrone; esse (onde) prendono per ciò una velocità uguale alla somma di questa velocità caratteristica e di quella dell'elettrone su cui i tubi terminano, tutte le volte che l'elettrone si muove con moto uniforme. *Philos. Mag.* XIX, pag. 301. 1910.

in una direzione che faccia l'angolo α , con la direzione di v , le onde che si allontanano hanno la velocità $c + v \cos \alpha$; e che, quindi, la posizione di ogni riga nello spettro normale risulta legata alla lunghezza dell'onda da *una legge diversa da quella data nell'ordinaria teoria del reticolo, la quale rimane valida solo nel caso in cui questo abbia la medesima velocità della sorgente.*

Il cambiamento di posizione delle righe spettrali della luce degli astri, rispetto alle luci terrestri non sembra dunque necessariamente contraddittorio con l'ipotesi meccanica.

Resterebbero da tenere in conto le esperienze che sono state fatte per determinare la legge secondo cui la massa longitudinale di un elettrone in moto, dipende dalla velocità da cui trovasi animato. Come è noto le varie teorie sulla dinamica degli elettroni portano a leggi diverse, e quella particolare dell'elettrodinamica di Lorentz-Einstein sembrò confermata dalle esperienze di Bücherer.

Ma i risultati previsti dalle varie teorie sono così poco diversi, e le esperienze così delicate, che non è stato possibile ai valorosi fisici, che si sono occupati della difficile ricerca, pervenire a conclusioni fra loro concordanti; la prova che si sperava di raggiungere per questa via — come gli stessi relativisti riconoscono — deve dunque ritenersi come pure fallita ¹⁾.

Una via agevole, che a mio avviso potrà condurre ad un giudizio sperimentale sul 2.^o postulato della relatività, ci può venire offerta dall'effetto Fizeau, intorno a cui, questo postulato e l'ipotesi meccanica, lasciano aspettare risultati diversi. Esaminiamo tali risultati:

La teoria della relatività prevede, che in un'esperienza analoga a quella di Fizeau, — nella quale cioè le onde vengono a propagarsi in un mezzo in moto rispetto alla sorgente — mentre un osservatore in riposo rispetto alla sorgente vede le onde propagarsi con una velocità diversa da

¹⁾ Cfr. Laue. « Das Relativprinzip. » Vieg. Braunschweig 1911 (Wissensch. Samm.) pag. 15 e seg.

quella che avrebbero nel mezzo stesso in quiete, un osservatore trascinato dal mezzo, vede, invece, avvenire tale propagazione con la stessa velocità che vale per il mezzo in riposo rispetto alla sorgente. In altri termini, secondo la teoria della relatività, un osservatore terrestre vede propagare con la stessa velocità in tutte le direzioni, sia nel vuoto che in un mezzo materiale qualunque, non solo la luce proveniente da sorgenti terrestri (o meglio in riposo rispetto alla posizione da lui occupata) ma anche quella proveniente da qualsiasi astro.

In ultima analisi — come è stato già ricordato — questa teoria non perviene, che, all'ipotesi del trascinamento totale in conformità della regola di composizione delle velocità data dalla nuova meccanica. La velocità di propagazione, vista dall'osservatore in riposo rispetto alla sorgente, si ottiene, perciò, componendo la velocità di propagazione delle onde nel mezzo in quiete con la velocità del mezzo rispetto all'osservatore; il risultato, in grazia della nuova regola di composizione, coincide (fino al 1° ordine del rapporto $\frac{v}{c}$) con quello di Fresnel-Fizeau.

La velocità vista da un osservatore trascinato dal mezzo deve allora coincidere, con la velocità delle onde nel mezzo in quiete; poichè per tale osservatore la componente che si aggiunge a questa velocità è nulla.

Alla stessa conclusione si perviene anche col seguente ragionamento: Se, invece di supporre in quiete la sorgente, si suppone questa in moto, con una velocità uguale ed opposta a quella della traslazione terrestre, e la Terra in quiete, l'osservatore terrestre null'altro potrà osservare che il semplice cambiamento di periodo dovuto all'effetto Döpler; con qualunque disposizione interferenziale, egli, misurando velocità o tempi di propagazione delle onde provenienti dalla sorgente in moto, non potrà ottenere che gli stessi valori che ottiene per le onde di una sorgente terrestre. Ma, siccome nella teoria della relatività il cambiamento di supposizione che noi abbiamo fatto non deve influire sui fenomeni visti da ciascuno osservatore, se ne deduce che nella progettata

esperienza, l'osservatore terrestre deve vedere viaggiare le onde che provengono da una stella, in qualunque mezzo, con la stessa velocità con cui vede viaggiare quelle che provengono da una sorgente terrestre.

La teoria meccanica porta invece a conseguenze diverse.

La più semplice interpretazione meccanica dell'esperienza di Fizeau, ci permette di concludere che se l'osservatore in riposo rispetto alla sorgente vede le onde viaggiare nel mezzo in moto, con la velocità

$$c_1 \pm \frac{n^2 - 1}{n^2} v$$

l'osservatore in riposo rispetto a questo deve vederle viaggiare con la velocità:

$$c_1 \mp \frac{v}{n^2}.$$

Un accurato confronto delle velocità con cui in un corpo qualunque, si propagano le onde provenienti da una sorgente terrestre e quelle provenienti da una stella dovrebbe condurre al desiderato definitivo giudizio.

Invece che a misure dirette di velocità della luce — che son sempre difficili e non suscettibili di grande esattezza — si potrà ricorrere a ricerche interferenziali, ma in tal caso essendo le osservazioni ridotte al confronto fra tempi di propagazione, bisognerà tener presente che gli effetti osservabili dipendono dal quadrato del rapporto fra la velocità della traslazione v e quella della propagazione nel vuoto: per gli effetti del primo ordine, restano, infatti, applicabili le considerazioni che ne fanno prevedere il compenso (a meno che non si facciano intervenire delle ipotesi speciali sulla velocità acquistata dalle onde riflesse sopra uno specchio in moto).

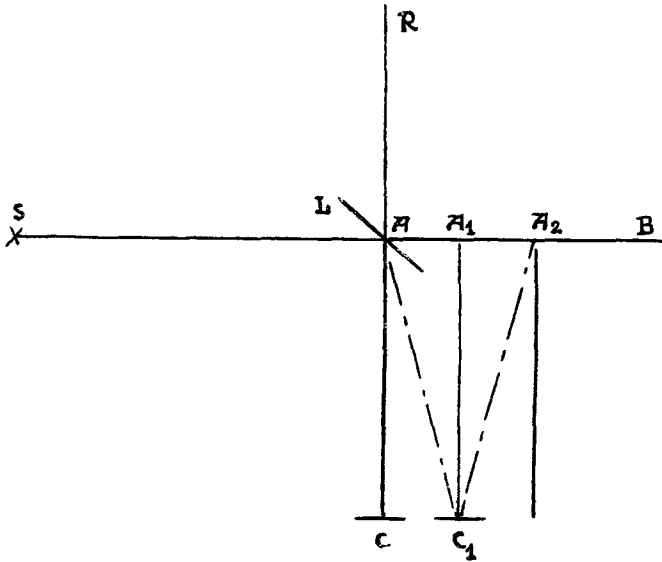
La disposizione di Michelson, meglio di ogni altra può allora servire allo scopo.

Supponiamo nel caso più generale che sul braccio A B dell'apparato di Michelson, di lunghezza d_1 si trovi il mezzo d'indice n_1 (al riposo); sull'altro, di lunghezza d_2 il mezzo

d'indice n_2 . Se c è la velocità della luce nel vuoto le velocità nei due mezzi, quando tutto sia in quiete relativa, sono:

$$c_1 = \frac{c}{n_1} \quad c_2 = \frac{c}{n_2} .$$

Se v è la velocità della traslazione terrestre, e se si suppone che il primo braccio sia orientato nella medesima direzione di v , un osservatore O non trascinato dalla Terra



vedrà le onde propagarsi lungo tale braccio con la velocità $c_1 + \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} v$, mentre un osservatore terrestre, O , le vedrà propagarsi con la velocità $c_1 - \frac{v}{n_1^2}$. Il tempo di propagazione visto dal primo sarà dato da:

$$t_1 = \frac{d_1 + v t_1}{c_1 + \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} v} = \frac{d_1}{c_1 - \frac{v}{n_1^2}}$$

e coincide quindi col tempo analogo visto dall'osservatore trascinato. Eseguendo la divisione fino ai termini di secondo grado nel rapporto $\frac{v}{c_1}$, e trascurando i rimanenti (per la piccolezza di tale rapporto) si trova:

$$t_1 = \frac{d_1}{c_1} \left(1 + \frac{v}{c_1 n_1^2} + \frac{v^2}{c_1^2 n_1^4} \right).$$

Dallo specchio B, le onde riflesse, tornano a propagarsi con la velocità $c_1 - \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} v$, rispetto all'osservatore O, e con la velocità $c_1 + \frac{v}{n_1^2}$ rispetto all'osservatore O₁. Il tempo impiegato per tornare da B ad A sarà quindi dato da:

$$t_2 = \frac{d_1}{c_1 + \frac{v}{n_1^2}} = \frac{d_1}{c_1} \left(1 - \frac{v}{n_1^2 c_1} + \frac{v^2}{c_1^2 n_1^4} \right).$$

In totale il tempo impiegato per andare e tornare è

$$t = t_1 + t_2 = 2 \frac{d_1}{c_1} \left(1 + \frac{v^2}{c_1^2 n_1^4} \right).$$

Consideriamo ora la propagazione sul braccio normale alla traslazione.

Le onde che arrivano sulla lastrina L a 45°, propagandosi con la velocità c rispetto ad O, si riflettono e penetrano nel mezzo d'indice n_2 dal quale vengono trascinate in direzione normale a quella della loro propagazione, con la velocità $v \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2}$, ma l'osservatore O₁ che corre nella medesima direzione con la velocità v , vedrà le onde rimanere indietro con la velocità relativa $\frac{v}{n_1^2}$.

Perchè un'onda che parte da A possa arrivare in C e tornare in A dopo riflessione è necessario allora che percorra

il cammino AC_1A_2 . Se chiamiamo con θ_1 il tempo che l'onda impiega per andare da A fino in C_1 si dovrà avere:

$$\frac{v}{n_1} \theta_1 = AA_1 \quad c_2 \theta_1 = AC_1 \quad d_2 = A_1C_1$$

e dalla figura si ricava:

$$c_2^2 \theta_1^2 = \frac{v^2 \theta_1^2}{n_1^2} + d_2^2$$

da cui si deduce:

$$\theta_1 = \frac{d_1}{c_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c_2^2 n_1^2}}}$$

Per la propagazione lungo C_1A_2 sarà necessario, evidentemente, un tempo θ_2 uguale a θ_1 , sicchè in totale, il tempo impiegato dalle onde che partono e tornano percorrendo il 2.^o braccio è:

$$\theta = 2 \frac{d_2}{c_2} \left(1 + \frac{v^2}{2 c_2^2 n_1^2} \right)$$

eseguite che siano l'estrazione di radice e la divisione fino ai termini del 2.^o ordine nel rapporto $\frac{v}{c}$ inclusi.

Supposto che d_1 e d_2 siano cammini di eguale lunghezza ottica rispetto alla luce di sorgenti terrestri si ha:

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 = \delta$$

e perciò $\frac{d_1}{c_1} = \frac{d_2}{c_2} = \frac{\delta}{c}$ si trova allora come differenza fra i tempi

$$(6) \quad t - \theta = \frac{\delta v^2}{c^3} \frac{2 n_2^2 - n_1^2}{n_1^2 n_2^2}$$

che è la stessa di quella che nella teoria di Lorentz risulta per due mezzi qualunque.

In particolare, se l'esperienza venisse fatta nel vuoto si avrebbe come differenza $\frac{\delta v^2}{c^2}$ e come rapporto $\frac{t}{\theta} = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$ che è quello della contrazione di Lorentz ¹⁾.

Ma se all'ipotesi meccanica si accoppia quella di Stewart, circa la riflessione sopra uno specchio in moto, le conseguenze a cui si arriva sono molto diverse da queste ultime, e da quelle della teoria della relatività.

Per semplicità (e per non introdurre altre ipotesi arbitrarie) facciamo il calcolo per la propagazione nel vuoto.

Sia c la velocità di propagazione delle onde provenienti da una certa sorgente S vista da un osservatore in quiete rispetto ad essa.

L'osservatore terrestre O_1 vede le onde viaggiare lungo il braccio AB dell'apparato di Michelson (che rispetto ad S ha la velocità v della traslazione terrestre diretta p. es. da A verso B) con la velocità $c - v$. Il tempo t necessario per la propagazione da A a B sarà :

$$t_1 = \frac{\delta + v t_1}{c} = \frac{\delta}{c - v}$$

tanto per il primo che per il secondo osservatore.

Siccome lo specchio si allontana dalla sorgente con la velocità v , l'osservatore O vedrà le onde riflesse retrocedere con la velocità $c - 2v$, mentre l'osservatore O_1 le vedrà con la velocità $c - v$.

Il tempo t del ritorno da B ad A sarà per conseguenza dato da :

$$t_2 = \frac{\delta - v t_2}{c - 2v} = \frac{\delta}{c - v}$$

¹⁾ Nella primitiva forma della teoria di Lorentz, la differenza $t - \theta$ risulta espressa dalla (6) stessa. Ciò prova che l'ipotesi della contrazione, quale fu emessa nel 1892 era inaccettabile, poichè, come dalla (6) si può facilmente dedurre, la contrazione del braccio dell'apparato di Michelson, parallelo alla traslazione terrestre, avrebbe dovuto dipendere dall'indice di rifrazione del mezzo posto sul braccio normale. Questa difficoltà venne superata solo nella forma che la teoria prese nel 1904, grazie al principio di relatività che vi fu messo a fondamento.

cioè, sarà ancora lo stesso, tanto per il primo che per il secondo osservatore.

In totale il tempo di propagazione per l'andata ed il ritorno, sarà dato da :

$$t = 2 \frac{\delta}{c} \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Consideriamo il tempo di propagazione lungo l'altro braccio.

La velocità delle onde che viaggiano lungo SA vista tanto da O che da O₁ è $c - v$. Quella delle onde riflesse nella direzione AC, sarà, per entrambi gli osservatori, anche $c - v$, poichè per entrambi l'immagine di S su L si allontana lungo AR con la velocità v .

Intanto, siccome tutto l'apparato è in moto nella direzione AB con la velocità v , affinchè le onde che partono da A e vanno verso C, possano ritornare in A, è necessario che le cose siano disposte in modo, che il cammino effettivamente percorso sia AC_1A_2 , essendo AA_1 lo spostamento di A mentre le onde viaggiano da A fino a C (che si è spostato in C₁).

Chiamando ancora con θ_1 il tempo di tale propagazione si avrà :

$$v \theta_1 = AA_1 \quad (c - v) \theta_1 = AC_1$$

e poichè δ è la lunghezza $AC = AB$, si ricava dalla figura :

$$(c - v)^2 \theta_1^2 = v^2 \theta_1^2 = \delta^2$$

da cui

$$\theta_1 = \frac{\delta}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \frac{v}{c}}}.$$

Le onde riflesse da C, avranno sia per l'uno che per l'altro osservatore, ancora la velocità $c - v$, poichè la nuova immagine dalla sorgente si allontana nella direzione AC, pure con la velocità v .

Il tempo θ_2 del ritorno da C_1 in A_2 è per conseguenza uguale a θ_1 sicchè il tempo totale θ sarà dato da:

$$\theta = 2d \frac{1}{\sqrt{1 - 2\frac{v}{c}}}.$$

Estraendo la radice ed eseguendo la divisione fino al solito ordine di approssimazione si ottiene:

$$\theta = 2 \frac{\delta}{c} \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{3}{2} \frac{v^2}{c^2} \right).$$

in tal caso la differenza

$$t - \theta = - \frac{\delta v^2}{c^3}$$

risulta, cioè, uguale in valore ma di segno opposto a quella del caso precedente.

Da quanto sopra è esposto risulta, che mentre il 1.^o postulato della teoria della relatività (il principio di relatività propriamente detto) si può, oramai, ritenere come sperimentalmente provato, il 2.^o (cioè quello della costanza della velocità di propagazione della luce nel vuoto) non può finora vantare in suo favore alcuna evidenza logica, nè alcuna prova sperimentale.

Abbiamo poi mostrato che, mentre secondo la teoria della relatività, la velocità di propagazione delle onde in un mezzo in moto rispetto alla sorgente, deve apparire, ad un osservatore trascinato dal mezzo, indipendente dalla velocità del mezzo, secondo l'ipotesi meccanica, invece, la prima deve risultare funzione della seconda.

In base a questo risultato abbiamo fatto rilevare che l'esperienza di Michelson e Morley, ripetuta in condizioni opportune, può permettere di decidere sull'ammissibilità del secondo postulato di Einstein, o dell'ipotesi meccanica. Abbiamo, infatti, mostrato, che, mentre secondo la teoria della

relatività, i tempi di propagazione delle onde, lungo i due bracci dell'apparato di Michelson debbono risultare sempre uguali, sia che le onde provengano da una sorgente terrestre, sia da una non terrestre; secondo l'ipotesi meccanica invece tali tempi risultano uguali, solo nel caso che la sorgente sia partecipe del moto della Terra.

Di più abbiamo mostrato che la differenza fra tali tempi preveduta dall'ipotesi meccanica, risulta con segno diverso, dipendentemente dall'ipotesi che si adotta intorno alla velocità delle onde riflesse sopra uno specchio in moto; e che tale differenza deve, inoltre, risultare funzione degli indici di rifrazione dei mezzi che si trovano sui due bracci dell'apparato di Michelson.
