

11. Ueber das elektrische Analogon des Zeeman-effectes; von W. Voigt.

Die überraschende und schöne Erklärung, welche Hr. Lorentz¹⁾ mit Hülfe seiner allgemeinen Theorie der Elektrodynamik von dem *directen* Zeeman'schen Phänomen gegeben hat, findet in meinen Untersuchungen²⁾ über den *inversen* Zeeman-effect eine Art von formaler und inhaltlicher Ergänzung. Während Hr. Lorentz, von einer ganz bestimmten Vorstellung über den Mechanismus des Vorganges ausgehend, fast ausschliesslich die Veränderung der *Emission* einer Lichtquelle durch die Einwirkung eines Magnetfeldes behandelt, beschäftigen sich meine Arbeiten unter alleiniger Heranziehung allgemeiner Ueberlegungen mit der *Absorption* und der *Doppelbrechung* in magnetisch beeinflussten Körpern. Durch den Kirchhoff'schen Satz steht ein Teil der auf dem einen und der auf dem anderen Wege erhaltenen Resultate in directer Beziehung, und die hierbei hervorgetretene Uebereinstimmung der beiderseitigen Ergebnisse miteinander, wie andererseits aller mit der Erfahrung, erweckt das Vertrauen, dass in jenen Ueberlegungen das Wesentliche des so merkwürdigen Vorganges richtig aufgefasst ist.

Bei dem nächst verwandten Problem der *elektrischen* Einwirkung auf Emission und Absorption fehlte bisher eine solche Zusammenwirkung der beiden Methoden. Es liegen hier nur erst die Formeln vor, welche von mir in erneuter Anwendung der in der Magnetoptik benutzten allgemeinen Principien ge-

1) P. Zeeman, Comm. from the Phys. Lab. Leiden, Nr. 33. p. 12. 1896.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 67. p. 345. 1899; 68. p. 352. 1899; 69. p. 290. 1899; Ann. d. Phys. 1. p. 376 und p. 389. 1900.

wonnen sind¹⁾, und welche als bisher mit der Erfahrung im Einklang bezeichnet werden dürfen.

Freilich existiren in diesem Gebiete zur Zeit Beobachtungen nur allein über die elektrische Doppelbrechung fast durchsichtiger Körper im elektrischen Felde; die Prüfung konnte somit gerade auf die interessantesten Vorgänge, welche die Theorie in der Nähe scharfer Absorptionsstreifen fordert, nicht erstreckt werden. Von diesen wiederum zog besonders ein elektrisches Analogon des inversen Zeemaneffectes die Aufmerksamkeit auf sich, das sich in den beiden Hauptfällen kurz so darstellt.²⁾

Ein Körper mit feinen und hinreichend getrennten Absorptionsstreifen in seinem Spectrum zeigt für natürliches Licht, welches ihn *parallel* zu den Kraftlinien des Feldes (und zwar hier ohne Doppelbrechung) durchsetzt, *eine Verschiebung dieser Streifen ohne Zerlegung*, für Licht, welches ihn *normal* zu den Kraftlinien (und zwar mit Doppelbrechung) durchsetzt, *eine Verschiebung mit begleitender Zerlegung*.

Dabei nimmt im zweiten Falle die eine erzielte Componente des Streifens dieselbe Lage ein, wie im ersten der unzerlegt verschobenen Streifen. Für die Lage der anderen Componente giebt die allgemeinste Theorie keine Bestimmung; eine sehr plausible speciellere Fassung dagegen verlangt für dieselbe den *dreifachen* Betrag der Verschiebung der ersteren. Die Verschiebungen sind dem Quadrat der wirkenden Feldstärke proportional.

Mit den Grundlagen der Theorie zusammen konnte dieses Resultat als *sehr wahrscheinlich der Wirklichkeit entsprechend* bezeichnet werden, wenngleich bislang mehreren Forschern, die sich mit dem Aufsuchen einer Wirkung eines elektrischen Feldes auf die Linien eines Gasspectrums (also mit dem elektrischen Analogon zu dem *directen* Zeemaneffect) beschäftigt hatten, der Nachweis einer solchen nicht gelungen war.

Diese Wahrscheinlichkeit wird verstärkt durch den Umstand, dass *die Lorentz'sche elementare Theorie des directen*

1) W. Voigt, Wied. Ann. 69. p. 297. 1899.

2) W. Voigt, l. c. p. 312.

Zeemaneffectes in einer nahezu selbstverständlichen Ausgestaltung bezüglich des directen elektrooptischen Effectes zu genau denselben Resultaten führt, welche die von mir benutzte Behandlungsweise des inversen Phänomens bei Anwendung des Kirchhoff'schen Satzes liefert.

Den Nachweis hierfür zu erbringen und damit die Fruchtbarkeit der von Hrn. Lorentz vertretenen Theorie von einer neuen Seite zu zeigen, ist Hauptzweck dieser Notiz. Daneben wird eine Schätzung der Grössenordnung der durch die Theorie signalisirten Veränderungen der Spectral- bez. Absorptionslinien mitgeteilt werden, welche begreiflich macht, dass das überaus feine Phänomen der Beobachtung bisher verborgen geblieben ist.

1. Die Lorentz-Wiechert'sche Ionentheorie der Elektrizität betrachtet die in den leuchtenden Körpern schwingenden elektrischen Teilchen von der (scheinbaren) Masse m durch eine Art von elastischer Kraft an (in Wahrheit ihrerseits relativ langsam bewegte) Gleichgewichtslagen, etwa die ponderablen Moleküle M selbst, gebunden, und setzt für eines von ihnen die Bewegungsgleichungen im einfachsten Falle, dass die Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen Elektronen vernachlässigt werden dürfen, folgendermaassen an:

$$(1) \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = -kz,$$

worin k eine positive Constante bezeichnet.

Es ist ohne weiteres klar, dass diese Formeln eine Einwirkung eines constanten elektrischen Feldes auf den Schwingungsvorgang und somit auf das optische Verhalten des Mediums *nicht* liefern; denn eine constante Kraft, neben der „elastischen“ in die Formeln eingeführt, ergiebt nichts anderes als eine Verschiebung der Ruhelage des Elektrons, ohne seine Periode zu ändern. Da aber doch elektrooptische Erscheinungen beobachtet worden sind, so wird man zu der Folgerung gedrängt, dass die Grundgleichungen (1) nicht die vollständigen sind, und demgemäss erweitert werden müssen.

In der That darf man es als selbstverständlich bezeichnen, dass das vorstehend angenommene Gesetz der wirkenden (elastischen) Kräfte $X = -kx$ etc. nur eine *erste Annäherung*

darstellt; denn für grössere Entfernungen muss die wirkende Kraft statt weiter zu wachsen, abnehmen und schliesslich verschwinden. Wir fassen demgemäss den gemachten Ansatz $X = -kx, \dots$ als das erste Glied einer Taylor'schen Reihe auf, die nach Potenzen der Coordinaten x, y, z fortschreitet und deren höhere Glieder bei der gewöhnlichen Betrachtung vernachlässigt werden dürfen, aber bei anderen Vorgängen gelegentlich Bedeutung erhalten.

Discutirt man diese höheren Glieder der bez. Ausdrücke für X, Y, Z , indem man (wenigstens im Mittel) das Kraftfeld als um das Molecül M von kugelliger Symmetrie ansieht, so gelangt man zu dem Resultat, dass die Glieder zweiter Ordnung verschwinden und dass diejenigen dritter die bez. Factoren $r^2 x, r^2 y, r^2 z$, haben müssen, wobei

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

gesetzt ist. So gelangt man zu den erweiterten Ansätzen

$$(2) \quad X = -(k + k' r^2) x, \quad Y = -(k + k' r^2) y, \quad Z = -(k + k' r^2) z,$$

in denen k' eine Constante ist, welche nach dem Ausdruck

$$(3) \quad K = (k + k' r^2) r$$

für die resultirende Kraft sich anschaulich durch die Beziehung

$$(4) \quad \frac{1}{6} \frac{\partial^3 K}{\partial r^3} = k'$$

bestimmt.

Die Bewegungsgleichungen (1) erhalten hiernach die Gestalt:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 x}{dt^2} = -(k + k' r^2) x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -(k + k' r^2) y, \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = -(k + k' r^2) z. \end{array} \right.$$

Wir wollen nun annehmen, dass das betrachtete Ion ausser der Kraft K noch einer constanten elektrischen Feldstärke R , welche parallel zur Z -Axe wirkt, ausgesetzt sei, und dass dadurch seine Gleichgewichtslage um einen Betrag ζ_0 verschoben

werde, welcher gross ist gegen die Schwingungsamplituden und somit gegen die ausserhalb des elektrischen Feldes erreichten Werte x, y, z . Setzen wir dann

$$(6) \quad x = \xi, \quad y = \eta, \quad z = \zeta_0 + \zeta$$

und beschränken uns in Bezug auf ξ, η, ζ auf die niedrigsten Glieder, so erhalten wir

$$(7) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = - (k + k' \zeta_0^2) \xi, & m \frac{d^2 \eta}{dt^2} = - (k + k' \zeta_0^2) \eta, \\ m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = - e R - (k + k' \zeta_0^2) \zeta_0 - (k + 3 k' \zeta_0^2) \zeta. \end{cases}$$

Da ζ_0 die neue Gleichgewichtslage des Ionen bestimmen soll, so ergibt sich dafür

$$(8) \quad \zeta_0 (k + k' \zeta_0^2) = - e R,$$

oder in erster Annäherung

$$(9) \quad \zeta_0 = - e R / k.$$

Diese Annäherung darf in die kleinen in k' multiplicirten Glieder der Gleichungen (7) eingeführt werden, wodurch letztere die Gestalt erhalten:

$$(10) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = - \left(k + \frac{k' e^2 R^2}{k^2} \right) \xi, & m \frac{d^2 \eta}{dt^2} = - \left(k + \frac{k' e^2 R^2}{k^2} \right) \eta, \\ m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = - \left(k + \frac{3 k' e^2 R^2}{k^2} \right) \zeta. \end{cases}$$

Hieraus folgt, dass die drei Verrückungscomponenten nach den Coordinatenaxen, welche nach (1) ursprünglich *dieselbe* Periode τ besaßen, gegeben durch

$$(11) \quad \left(\frac{2 \pi}{\tau} \right)^2 = \frac{k}{m},$$

im elektrischen Feld die Perioden τ_1, τ_2, τ_3 annehmen, gegeben durch

$$(12) \quad \left(\frac{2 \pi}{\tau_1} \right)^2 = \left(\frac{2 \pi}{\tau_2} \right)^2 = \frac{1}{m} \left(k + \frac{k' e^2 R^2}{k^2} \right), \quad \left(\frac{2 \pi}{\tau_3} \right)^2 = \frac{1}{m} \left(k + \frac{3 k' e^2 R^2}{k^2} \right).$$

Wegen der Kleinheit von k' folgt hieraus auch

$$(13) \quad \tau - \tau_1 = \tau - \tau_2 = \frac{k' e^2 R^2 \tau^3}{8 \pi^2 m k^2}, \quad \tau - \tau_3 = \frac{3 k' e^2 R^2 \tau^3}{8 \pi^2 m k^2},$$

oder bei Einführung der den τ_h in Luft oder auch im Vacuum entsprechenden Wellenlängen $\lambda_h = \tau_h v$:

$$(14) \quad \lambda - \lambda_1 = \lambda - \lambda_2 = \frac{k' e^2 R^2 \lambda \tau^2}{8 \pi^2 m k^2}, \quad \lambda - \lambda_3 = \frac{3 k' e^2 R^2 \lambda \tau^2}{8 \pi^2 m k^2}.$$

Berücksichtigt man, dass nach der Lorentz'schen Theorie sich in grösseren Entfernungen von dem leuchtenden Teilchen aus nur die Schwingungscomponenten normal zum Radiusvector als Lichtschwingungen geltend machen, so erkennt man, dass nach den vorstehenden Entwicklungen ein von Natur einfarbig mit der Periode τ leuchtender Körper im elektrischen Felde *parallel zu den Kraftlinien* wieder einfarbiges Licht, aber von etwa geänderter Periode τ_1 aussendet, dagegen *normal zu den Kraftlinien* zwei Farben, von denen die eine der Periode τ_1 , die zweite einer anderen Periode τ_3 entspricht. Dabei ist

$$(15) \quad \tau_3 - \tau = 3(\tau_1 - \tau), \quad \lambda_3 - \lambda = 3(\lambda_1 - \lambda).$$

Die Schwingungen, die sich *parallel* zu den Kraftlinien fortpflanzen, stellen *natürliches* Licht dar; von denen, die sich *normal* zu den Kraftlinien fortpflanzen, sind diejenigen mit der Periode τ_1 nach dem Meridian bez. Hauptschnitt, diejenigen mit der Periode τ_3 normal dazu *polarisirt*.

Diese Resultate entsprechen sämtlich genau dem, was die oben citirte Theorie des inversen Vorganges, und zwar bezüglich des numerischen Verhältnisses von $\tau_1 - \tau$ zu $\tau_3 - \tau$ dem, was die Theorie in der *speciellen* Fassung geliefert hat. Man wird hierin, wie schon eingangs ausgesprochen, ein neues Argument für die Wahrscheinlichkeit der früher signalisirten Resultate finden dürfen.

2. Der Umstand, dass die moleculare Theorie sich just mit der *specielleren* Fassung der von mir früher gegebenen übereinstimmend erweist, hat einen einfachen Grund, der ein gewisses Interesse verdient. In jener speciellen Fassung der Theorie wurden die Grundgleichungen mittels einer Erweiterung des gewöhnlichen Ausdrucks für die elektrische Energie

durch Hinzunahme von Gliedern mit höheren Potenzen der elektrischen Vectorcomponenten gewonnen.¹⁾ Dies hat die Folge, dass bei elektrostatischen Vorgängen an Stelle der Dielektricitätsconstanten D eine Function der Feldstärke R von der Gestalt $D_0 + D_1 R^2$ tritt, in der D_0 und D_1 Constanten bezeichnen. Die oben entwickelte Vorstellung führt aber, wie leicht erkennbar, zu dem analogen Resultate.

Denn bei, wie angenommen, sehr kleinem k' ergibt die Formel (8) für die Verschiebung ζ_0 der Gleichgewichtslage eines Elektron infolge des Feldes R , bei näherungsweise Auflösung,

$$(16) \quad \zeta_0 = -\frac{eR}{k} \left(1 - \frac{k' e^2 R^2}{k^3} \right).$$

Hieraus folgt für ein Medium mit nur einer Gattung von Elektronen bei Einführung von deren Anzahl α pro Volumeneinheit das spezifische elektrische Moment μ nach der Formel

$$(17) \quad \mu = -\alpha \zeta_0 e = +\frac{\alpha e^2 R}{k} \left(1 - \frac{k' e^2 R^2}{k^3} \right).$$

Die Elektrisirungszahl oder elektrische Susceptibilität η ergibt sich hiernach zu

$$(18) \quad \eta = \frac{e^3 \alpha}{k} \left(1 - \frac{k' e^2 R^2}{k^3} \right);$$

die Dielektricitätsconstante D ist

$$(19) \quad D = 1 + 4\pi\eta = D_0 + D_1 R^2,$$

also in der That von der oben erwähnten Form, wobei gilt:

$$(20) \quad D_0 = 1 + \frac{4\pi e^3 \alpha}{k}, \quad D_1 = -(D_0 - 1) \frac{k' e^2}{k^3}.$$

Bei Einführung des Ausdruckes (11) für k hat man auch:

$$(21) \quad D_1 = \frac{dD}{dR^2} = -(D_0 - 1) \frac{k' e^3 v^2}{4\pi^2 m k^3}.$$

Bezeichnet man nun als *relative Zerlegung* ρ der für das Medium charakteristischen Spectrallinie den Ausdruck $(\lambda_1 - \lambda_3)/\lambda$,

1) W. Voigt, l. c. p. 134.

unter λ deren ursprüngliche Wellenlänge verstanden, so hat man nach (14):

$$(22) \quad \varrho = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda} = \frac{k' e^2 \tau^2}{4 \pi^2 m k^2} R^2,$$

also für die der Feldstärke Eins entsprechende Grösse ϱ_1 :

$$(23) \quad \varrho_1 = \frac{k' e^2 \tau^2}{4 \pi^2 m k^2}.$$

Vergleicht man dies Resultat mit der gefundenen Formel (21) so ergibt sich:

$$(24) \quad D_1 = \frac{dD}{dR^2} = -(D_0 - 1) \varrho_1,$$

was für das vorausgesetzte einfache Medium einen merkwürdigen Satz ausspricht.

Dem Ausdruck (20) für D_0 kann man unter Heranziehung des Wertes $\delta = \alpha M / \beta$ für die Dichte des Mediums (unter M die Masse des β Elektrons festhaltenden Molecüles verstanden) und unter abermaliger Benutzung von (11) die Form geben

$$(25) \quad D_0 = 1 + \frac{e^2 \tau^2 \delta \beta}{\pi m M} = 1 + \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{\beta m}{M} \cdot \frac{\tau^2 \delta}{\pi}.$$

Für Media mit mehreren Arten von Elektronen sind die entsprechenden Formeln minder einfach aber gleichfalls leicht aufstellbar.

3. Wir wenden uns nun zu einer Abschätzung der Grössenordnung des elektrischen Analogons des Zeeman-effectes. Hier bietet sich als nächstliegendes Hilfsmittel die Benutzung der Formel (24), die, wenngleich dergleichen Idealkörper mit nur einer Gattung Elektronen nicht existiren, doch zu einer Frage der blossen Grössenordnung jedenfalls herangezogen werden darf.

Aber so einfach der aus ihr folgende Wert der relativen Zerlegung

$$(26) \quad \varrho(=) \frac{D_1}{D_0 - 1} R^2$$

(wobei (=) die Gleichheit der Grössenordnung bezeichnet) auch ist, so giebt er uns wenig Aufklärung, weil die Grösse

$D_1 = dD/dR^2$ überhaupt und speciell für die hier in Frage kommenden Körper so gut wie unbekannt ist.

Wir müssen demgemäss zur Beantwortung der gestellten Frage auf das einzige gut beobachtete elektrooptische Phänomen, nämlich auf die *elektrische Doppelbrechung* zurückgreifen.

Aus den gelegentlich der Entwicklung der allgemeinen Theorie von mir mitgeteilten Formeln folgen für die complexen Brechungsindices ν_h der beiden Wellen, die sich in dem elektrisirten Medium *normal* zu den Kraftlinien des Feldes fortpflanzen, die Ausdrücke

$$(27) \quad \begin{cases} \nu_1^2 = 1 + \sum \frac{\epsilon_h \vartheta^3}{\Theta_h + R^2 \vartheta^2 e_h}, \\ \nu_2^2 = 1 + \sum \frac{\epsilon_h \vartheta^2}{\Theta_h + R^2 \vartheta^2 e_h'}. \end{cases}$$

Hierin ist ϑ für $\tau / 2\pi$ gesetzt, Θ_h bedeutet $\vartheta^2 + i a_h \vartheta - o_h$, und ϵ_h, a_h, b_h sind Constanten des Körpers, die eine bestimmte Absorptionslinie (h) charakterisiren, e_h, e_h' messen speciell den ihr zukommenden elektrooptischen Effect. ν_1 bezieht sich auf die nach den Kraftlinien, ν_2 auf die normal dazu polarisirten Schwingungen. e_h liefert die erwähnte specielle Theorie gleich $3 e_h'$.

Ausserhalb des elektrischen Feldes liegt (kleines a_h vorausgesetzt) die Absorptionslinie (h) sehr nahe an der durch $\vartheta^2 = b_h$ gegebenen Stelle des Spectrums; *innerhalb* des Feldes dagegen für die beiden Wellen in den Stellen $\vartheta^2(1 + R^2 e_h') = b_h$ und $\vartheta^2(1 + R^2 e_h) = b_h$, d. h. an den Stellen für welche gilt:

$$(28) \quad \frac{2\pi}{\tau_1^2} = \frac{1}{b_h}(1 + R^2 e_h'), \quad \frac{2\pi}{\tau_2^2} = \frac{1}{b_h}(1 + R^2 e_h).$$

Vergleicht man diese Formeln mit (12) und zieht die Relation $e_h = 3 e_h'$ heran, so erkennt man, dass e_h' in der *früheren* Theorie dem Ausdruck $k' e^2 / k^3$ in der *neuen, molecularen* Theorie entspricht.

Die Beobachtungen über elektrische Doppelbrechung sind an merklich *durchsichtigen* Körpern, d. h. für Farben, weitab von Absorptionsstreifen vorgenommen, was sich dadurch ausdrückt, dass das in a_h multiplicirte Glied in dem Ausdruck für Θ_h vernachlässigt werden kann. Hierdurch werden ν_1 und ν_2

zu den *reellen* Brechungsindices n_1 und n_2 , für welche nunmehr gilt:

$$(29) \quad \begin{cases} n_1^2 = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2}{\vartheta^2 - b_h + R^2 \vartheta^2 e_h'} \\ n_2^2 = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2}{\vartheta^2 - b_h + R^2 \vartheta^2 e_h} \end{cases}$$

Die Kleinheit des in R^2 multiplicirten Gliedes erlaubt die Entwicklung der Brüche, sodass resultirt:

$$(30) \quad n_1^2 = n_0^2 - \sum' \frac{\varepsilon_h e_h' \vartheta^4 R^2}{(\vartheta^2 - b_h)^2}, \quad n_2^2 = n_0^2 - \sum \frac{\varepsilon_h e_h \vartheta^4 R^2}{(\vartheta^2 - b_h)^2},$$

wobei

$$n_0^2 = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2}{\vartheta^2 - b_h}$$

den Wert des quadrirten Brechungsindex ausserhalb des Feldes darstellt. Berücksichtigt man wieder die Relation $e_h = 3 e_h'$, so wird

$$(31) \quad n_1^2 - n_2^2 = 2 \sum' \frac{\varepsilon_h e_h' \vartheta^4 R^2}{(\vartheta^2 - b_h)^2}.$$

Um die Grössenordnung von e_h' zu beurteilen, wollen wir annehmen, dass der untersuchte Körper nur *einen* Absorptionsstreifen besitze. In diesem Falle ist

$$(32) \quad n_0^2 = 1 + \frac{\varepsilon_h \vartheta^2}{\vartheta^2 - b_h}, \quad \text{und} \quad D = 1 + \varepsilon_h$$

die gewöhnliche statische Dielektricitätsconstante.

Hier kann man dann schreiben

$$(33) \quad n_1^2 - n_2^2 = \frac{2 \varepsilon_h e_h' \vartheta^4 R^2}{(\vartheta^2 - b_h)^2} = \frac{2 e_h' R^2}{\varepsilon_h} (n_0^2 - 1)^2 = \frac{2 e_h' R^2 (n_0^2 - 1)^2}{D - 1}.$$

Messungen über elektrische Doppelbrechungen hat Hr. Quincke¹⁾ angestellt und die von ihm bestimmte Constante B entspricht, soweit ich sehe, dem Ausdruck $100 (n_1 - n_2) / R^2 = 100 (n_1^2 - n_2^2) / 2 n R^2$, unter n einen mittleren Wert des Brechungsindex, etwa n_0 verstanden; d. h. es würde sein

$$(34) \quad B = \frac{100 e_h' (n_0^2 - 1)^2}{n_0 (D - 1)},$$

1) G. Quincke, Wied. Ann 19. p. 739. 1883.

und man dürfte schreiben, indem man $n_0^2 - 1$ und $D - 1$ als von gleicher Grössenordnung betrachtet,

$$(35) \quad B(=) 100 e_n' (n_0^2 - 1),$$

wobei (=) wieder die Gleichheit der Grössenordnung andeutet. Bei Rücksicht auf die Bedeutung von e_n' folgt dann auch

$$(36) \quad B(=) 100 k' e^2 (n_0^2 - 1) / k^3.$$

Erweitert man den rechts stehenden Ausdruck mit m und benutzt die Beziehung (11), welche $m/k = (\tau/2\pi)^2$ ergibt, so erhält man

$$(37) \quad \frac{B}{100 (n_0^2 - 1)} (=) \frac{k' e^2 \tau^2}{4 \pi^2 m k^2}.$$

Die Combination dieses Resultates mit (22) giebt schliesslich sehr einfach

$$(38) \quad \varrho = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda} (=) \frac{B R^2}{100 (n_0^2 - 1)}.$$

Hr. Quincke findet bei Voraussetzung absoluter elektrostatischer Einheiten für Schwefelkohlenstoff B rund gleich $4 \lambda \cdot 10^{-5}$; bei Benutzung dieser Zahl würde somit

$$(39) \quad \varrho (=) \frac{4 \lambda R^2}{n_0^2 - 1} \cdot 10^{-7}$$

oder bei Einführung von Volt als Einheit, was durch die Vertauschung von R mit P ausgedrückt sein mag, auch

$$(40) \quad \varrho (=) \frac{4 \lambda P^2}{9 (n_0^2 - 1)} \cdot 10^{-11}.$$

Unter Voraussetzung einer Feldstärke von 300 Volt pro Centimeter und eines bei Gasen angenähert vorhandenen Wertes von $\lambda/(n_0^2 - 1) = 10^{-1}$ würde hiernach

$$(41) \quad \varrho (=) 4 \cdot 10^{-8}$$

werden. Um die Grösse dieses Wertes besser zu übersehen, führen wir noch den Abstand d der Na-Linien D_1 und D_2 als von der Grössenordnung $\lambda \cdot 10^{-8}$ ein und erhalten dann

$$(42) \quad \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d} (=) 4 \cdot 10^{-6}.$$

Das Resultat der vorstehenden Ueberlegungen geht also dahin, dass selbst unter der Annahme der grössten bekannten elektrischen Doppelbrechung neben sehr kleinem $(n_0^2 - 1)$ und

des in einem Dampf keineswegs leicht herstellbaren Potentialgefälles von 300 Volt pro Centimeter die in der Richtung normal zu den Kraftlinien des Feldes beobachteten Spectral- oder Absorptionslinien eines leuchtenden Dampfes nur etwa um den 20000^{sten} Teil des Abstandes der beiden *D*-Linien verbreitert werden würden. Hierdurch ist die Ergebnislosigkeit der bisherigen Versuche zur Auffindung eines elektrischen Analogons zum Zeemaneffect vollständig erklärt.

Göttingen, August 1900.

(Eingegangen 13. November 1900.)
