

al campo A , si ha anche che: ammessa soddisfatta una almeno delle due condizioni seguenti:

a) su uno almeno degli archi α , la variazione (libera) di J non è sempre nulla;

b) la somma delle variazioni (libere, corrispondenti al campo A) di J , relative agli archi $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, può assumere segni contrari;

esiste un intervallo (l_1, l_2) , tale che, per ogni l di esso, la variazione (libera) di $I + lJ$, su ciascun α , sia sempre nulla, e quella (libera, corrispondente al campo A) su ciascun β , sia sempre maggiore o uguale a zero.

Nel caso che valga la condizione a), è $l_1 = l_2$.

Fisica. — *La velocità della luce si compone con quella della sorgente? Prove in favore offerte dai fenomeni delle « stelle variabili » e delle « nuove ».* Nota del Corrisp. M. LA ROSA.

Fin dal 1910 circa Comstock⁽¹⁾ e Castelnuovo⁽²⁾ avevano rilevato la possibilità di ottenere, per mezzo di osservazioni sulle « stelle doppie » una prova decisiva fra le opposte ipotesi fatte intorno alla velocità della luce, a fine di estendere il principio di relatività della meccanica ai fenomeni ottici ed elettro-magnetici⁽³⁾.

Questi AA. si fermarono a considerare le curiose deformazioni che avrebbero dovuto presentarci gli intervalli di tempo decorrenti fra successivi passaggi dell'astro ruotante per i punti di quadratura.

Ma mentre lo stesso Comstock cercava di ottenere dalle non facili osservazioni un controllo diretto delle previste deformazioni, De Sitter⁽⁴⁾ pubblicò una breve analisi sui fenomeni delle « doppie » che parve e pare ancora limpida e decisiva contro l'ipotesi (*balistica*) di Ritz⁽⁵⁾, che ammetteva la composizione della velocità della luce con quella della sorgente, e quindi indirettamente in favore del postulato sulla « costanza della velocità della luce » che è la vera base della teoria di Einstein.

Ora un'analisi più completa delle conseguenze che scaturiscono dall'ipotesi balistica, dimostra che le conclusioni di De Sitter non sono esatte; in quanto prova che anche l'ipotesi balistica consente larga possibilità alle osservazioni sulle « doppie » e sulle leggi del loro movimento.

Ma vi è di più: la stessa analisi porta a spiegare in modo semplice ed immediato tutto un vasto gruppo di fatti astronomici: quelli sulle « stelle

(1) Comstock, Phys. Rev., vol. XXX, pag. 267, 1910.

(2) Castelnuovo, *Scientia*, vol. IX, pag. 71, 1911.

(3) Una notizia storico-critica su questo argomento fu data da me stesso in *Nuovo Cimento*, vol. III, pag. 345, 1912.

(4) De Sitter, Phys. Zeitschr., Bd. XIV, pag. 429, 1913.

(5) Ritz, Ann. d. chem. et phys., vol. XIII, pag. 145, 1903.

variabili » e « nuove », i quali finora erano in piccola parte ⁽¹⁾ ed imperfettamente spiegati; provandoci così che l'ipotesi balistica è assai più feconda ed assai più vicina ai fatti naturali di quanto non sia quella di Einstein.

Riserbandomi di pubblicare una più ampia relazione della mia ricerca, mi permetto in questa Nota di indicarne le tappe essenziali.

Immaginiamo dunque una stella S che ruoti lungo un'orbita, per semplicità circolare A, D, B, C nel senso della freccia, con la velocità v ; e un osservatore M posto nel piano del circolo, lungo la direzione DC, a distanza d

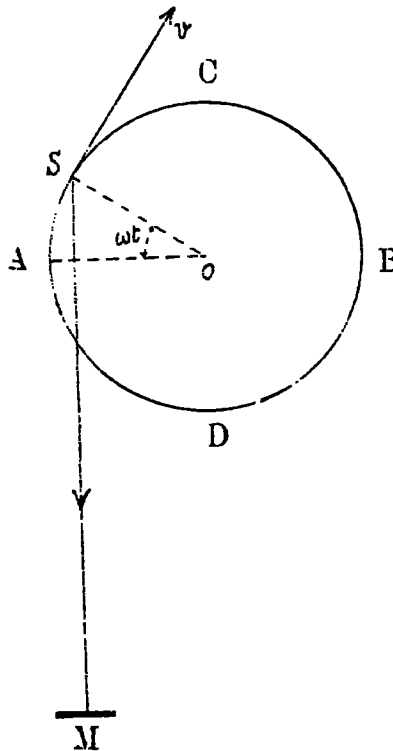


FIG. I.

dal centro O del circolo (dove d è estremamente grande rispetto al raggio r del circolo). Se con t indichiamo il tempo di partenza dei raggi luminosi dalla stella, e con T quello dell'arrivo all'osservatore, e conveniamo di scegliere come origine comune l'istante di un passaggio della stella per la posizione A nell'ipotesi nostra, l'osservatore riceverà i raggi emessi dalla stella in una posizione S qualsiasi, nell'istante T dato da:

$$(1) \quad T = t + \frac{d}{c - v \cos \omega t} = t + \frac{a}{1 - b \cos \omega t}$$

(1) L'ipotesi « dell'occultazione » può imperfettamente spiegare il comportamento di poche decine di « variabili », quelle di tipo Algol o β Lyrae; mentre il numero delle variabili finora note è di alcune migliaia.

dove $\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$ è la velocità angolare della stella, c la velocità della luce. τ_0 il tempo di una rotazione, $a = \frac{d}{c}$; $b = \frac{v}{c}$.

Posto ancora $a = K\tau_0$, scriveremo la (1') così:

$$(1') \quad T = t + \tau_0 (K + Kb \cos \omega t - Kb^2 \cos^2 \omega t + \dots)$$

e faremo osservare che siccome b nella realtà è sempre piccolo (difficilmente raggiunge 10^{-3}) se K non è molto grande la (1') si può limitare, per i fini concreti che abbiamo di mira, ai soli primi tre termini, cioè si può porre:

$$(2) \quad T = t + \tau_0 (K + Kb \cos \omega t).$$

Anzi tutte le volte che il prodotto Kb risulta piccolo (p. es. minore di 10^{-2}) l'influenza dello stesso terzo termine, il periodico, risulta assai debole; l'effetto temuto da De Sitter, cioè la sovrapposizione di raggi luminosi emessi dalla stella ruotante in posizioni diverse della traiettoria (dipendente dalla coincidenza delle T fra raggi partiti in istanti t differenti), può avere luogo per posizioni distanti fra loro di archi piccoli (minori di un centesimo della lunghezza della traiettoria).

Tale sovrapposizione non può dare disturbi praticamente apprezzabili ad un osservatore che rilevi di tempo in tempo le successive posizioni dell'astro; questi potrà nel caso di una doppia « ottica » determinare la proiezione dell'orbita sulla sfera celeste, e riconoscere senza inconvenienti se la 2^a legge di Keplero sia o no applicabile al moto osservato (1).

Gli effetti della sovrapposizione diventano cospicui nei casi in cui il prodotto Kb è vicino all'unità.

Anche nell'esame di questi casi possiamo praticamente valerci della formola più semplice (2), poichè essendo Kb vicino ad 1, l'ampiezza del terzo termine sarà dell'ordine stesso di τ_0 ; mentre quella del 4^o termine, a motivo della piccolezza di b , risulta di un ordine di grandezza assai più piccolo (almeno 1000 volte) e però conduce ad un effetto secondario di sovrapposizione limitato fra raggi emessi da posizioni pochissimo discoste lungo la traiettoria, ossia poco notevole.

Le curve delle figg. 2^a e 2^b sono rappresentazioni grafiche della legge (2), costruite per certi casi concreti più interessanti, precisamente per i seguenti valori del prodotto Kb : 0,1; 0,16; 0,3; 0,6; 1; 2; 3 (2).

Esaminiamo da vicino l'andamento di una di esse, per es. di quella definita da $Kb = 0,6$.

(1) Queste condizioni risultano largamente applicabili alle doppie ottiche, su cui la 2^a legge di Keplero è stata direttamente verificata.

(2) In queste figure l'asse delle ascisse è trasportato parallelamente a sè verso l'alto: le ordinate vanno dunque aumentate tutte di una quantità costante che il lettore troverà da sè per ogni curva.

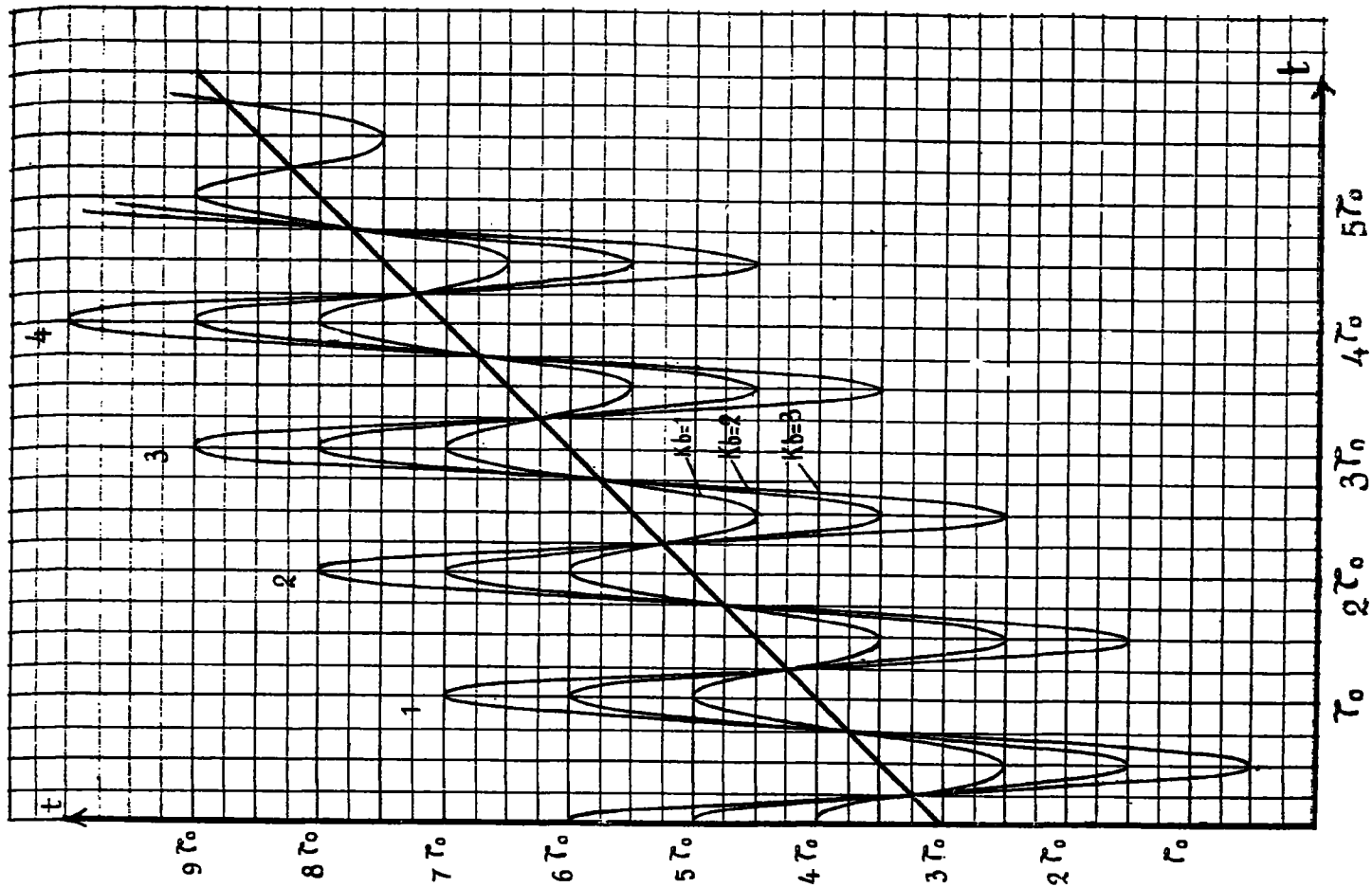


Fig. 2b.

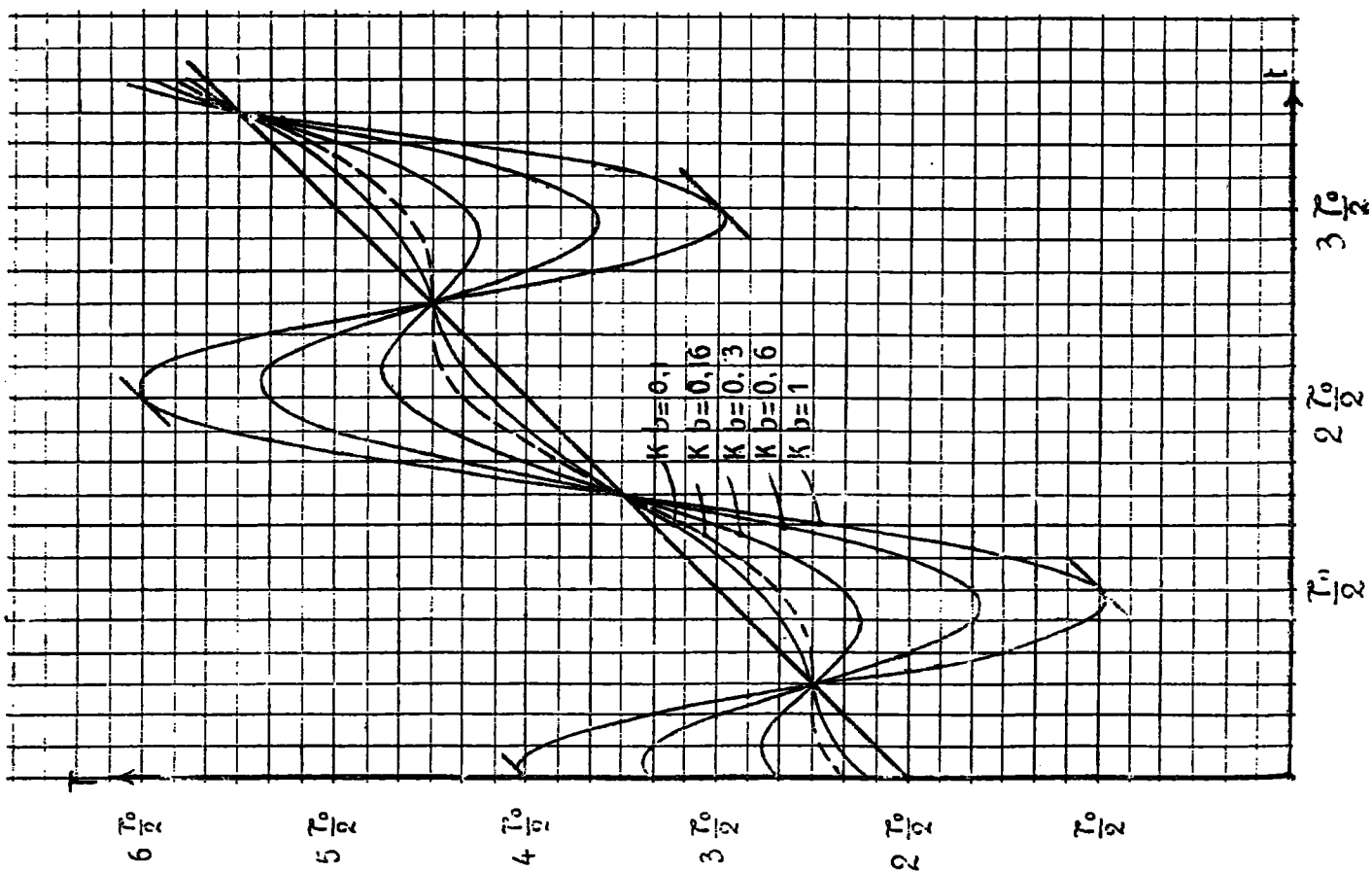


Fig. 2a.

Cominciando a considerare le cose nel momento in cui l'osservatore riceve la luce partita dalla stella nell'istante $t = 0$, rileveremo le seguenti circostanze importanti:

a) la luminosità della stella apparirà come tendente ad un massimo (ciò che chiariremo meglio or ora):

b) in tale momento l'osservatore ha già ricevuto tutta la luce che la stella aveva emessa nelle posizioni successive occupate lungo tre quarti circa del primo giro.

Da questo momento e per un breve intervallo l'osservatore riceve contemporaneamente, in ogni istante, luce emessa da tre posizioni diverse prese dalla stella: due appartenenti all'inizio del primo giro, la terza alla fine, precisamente all'arco che comincia ai $\frac{3}{4}$ della traiettoria (la 1^a congiunzione).

È da notare che nell'intorno dei primi due punti la curva è poco inclinata rispetto all'asse delle ascisse, ossia il rapporto $\Delta T/\Delta t$ è molto piccolo; ciò che ci dice che *mentre i tempi di partenza dei raggi luminosi variano dentro un intervallo piuttosto ampio, quelli di arrivo cadono in un intervallo assai ristretto.*

In conseguenza *la luce che l'osservatore riceve dall'astro mobile per ogni unità di tempo, in questo intervallo deve risultare più grande di quella che egli avrebbe ricevuto se l'astro fosse rimasto fermo, anzi l'intensità luminosa apparente dell'astro deve salire rapidamente ad un massimo.*

Da questo momento la curva, per tutto un intervallo $\Delta T = \tau_0/2$ circa viene tagliata in un sol punto dalle parallele all'asse t , e presenta in questa regione un rapporto $\Delta T/\Delta t$ molto grande e presso a poco costante. La luminosità dell'astro deve dunque scendere e mantenersi in una fase di minimo.

Poco dopo l'istante $T_0 + \tau_0/2$ la luminosità torna rapidamente al massimo, poichè alla luce proveniente dalle posizioni successive (a quelle già considerate) prese dall'astro nel primo giro, e nelle quali il $\Delta T/\Delta t$ va diventando più piccolo, si aggiunge bruscamente quella emessa al momento della seconda quadratura del 2° giro, in cui $\Delta T/\Delta t$ è molto piccolo; ancora dopo l'intensità luminosa decresce *fino ad un nuovo minimo, alquanto più alto del primo*, e finalmente ripassa per un nuovo massimo uguale al primo.

In complesso l'osservatore vedrà la stella « *variabile* »; per metà circa del periodo come di intensità minima (ordine di grandezza massimo), per la metà successiva la vedrà passare per due massimi consecutivi, separati da un minimo — equidistante — alquanto più elevato di quello iniziale.

La figura qui unita (fig. 3) dà il diagramma della grandezza apparente presentata dalla stella (¹).

(¹) Il diagramma della luminosità osservata per una tale stella coincide nei più minuti particolari con quello rilevato sopra una bella stella variabile: la β Lyrae, di cui si conosce la natura di « doppia ».

È facile vedere che per valori via via più piccoli del prodotto Kb l'influenza del termine periodico va diminuendo: l'ampiezza di variazione della grandezza apparente diverrà sempre più piccola, finchè ogni cambiamento si renderà inapprezzabile. In pratica data la scarsa sensibilità dei metodi fotometrici ricadiamo ben presto (per $Kb < 1/10$) nella condizione avanti esaminata di Kb molto piccolo.

Interesse via via minore vanno presentando le curve corrispondenti a valori di Kb sempre più grandi di 1. La sovrapposizione di luce avviene per un

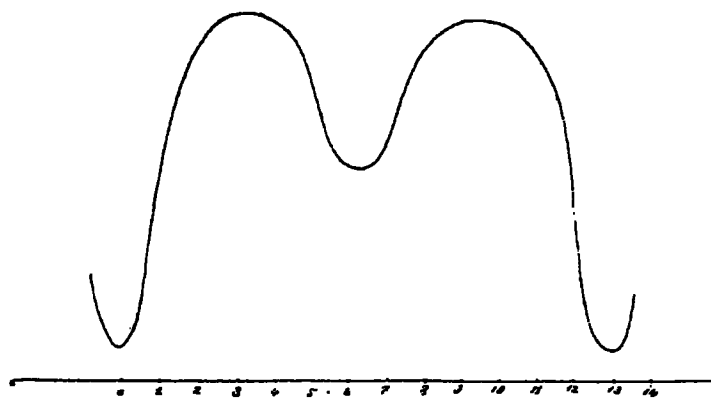


FIG. 3.

numero di posizioni sempre più grande, appartenenti a periodi e fasi sempre più diversi, e l'osservatore potrà solamente notare delle piccole oscillazioni dell'intensità luminosa, che si verificheranno per i valori di T , passanti per i massimi ed i minimi della curva in esame.

Già per $Kb = 5$ il numero dei punti di intersezione della curva con una parallela all'asse t (cioè le posizioni di sovrapposizione di luce) diventa 10; due dei quali a intervalli regolari si fondono, una volta in un massimo, l'altra in un minimo della nostra curva. La luce inviata dall'astro in corrispondenza di queste posizioni subirà dei lievi rinforzi con periodo $\tau_0/2$ che andranno a diluirsi nella luce totale pressochè costante, proveniente dalle numerose altre posizioni.

Si comprende, quindi, facilmente, come ben presto, cioè per valori di Kb non molto maggiori di 10, ogni oscillazione nell'intensità luminosa diventerà inapprezzabile.

In conclusione l'ipotesi balistica ci porta ad affermare che:

1°) se il prodotto Kb è piccolo rispetto a 1 (praticamente $< 10^{-1}$) la sovrapposizione dei raggi luminosi provenienti da posizioni diverse della stella non dà effetti apprezzabili, e però non disturba le osservazioni telescopiche;

2°) se il prodotto Kb è maggiore di 5 la sovrapposizione avviene da molte posizioni differenti, e non sarà più possibile distinguere al tele-

scopio le posizioni successive prese dalla stella, nè osservare variazioni apprezzabili di luminosità;

3°) se il prodotto Kb è compreso dentro i limiti già indicati, la stella in movimento deve presentare *delle alternative nella luminosità, veri cambiamenti periodici della sua grandezza apparente; ossia la stella deve apparirci come « variabile »* (1).

Mostreremo ampiamente in altra occasione quanto sia feconda questa terza conclusione, da cui scaturisce nel modo più spontaneo e diretto una *spiegazione generale di tutti i fenomeni offerti dalle stelle « variabili » e dalle « stelle nuove »*; fenomeni interessantissimi e nella maggior parte tuttavia avvolti nel mistero.

Qui dobbiamo limitarci a cercare se queste conclusioni *vengano in conflitto con i risultati delle ricerche spettroscopiche sulle « doppie »* così come il De Sitter ha fatto credere.

Intanto premettiamo che per le « doppie » solo spettroscopicamente risolubili l'applicazione della 2^a legge di Keplero non viene imposta direttamente dalle misure; ma viene fatta a titolo di ragionevole generalizzazione, in base ai risultati acquisiti con l'osservazione diretta sulle « doppie ottiche »; per le quali la condizione $Kb < 10^{-1}$ è molto largamente soddisfatta. Si può affermare dunque che *l'ipotesi balistica per nulla urta contro le conoscenze sulle « doppie »*, in quanto anche questa consente la possibilità di osservazioni dirette a verificare la 2^a legge di Keplero.

Nondimeno è bene esaminare da vicino gli eventuali contraccolpi che l'ipotesi balistica porterebbe nel campo delle osservazioni spettroscopiche.

Abbiamo visto che finchè il prodotto Kb è piccolo non si avrà sovrapposizione di luce, se non da punti della traiettoria poco distanti; ciò che vuol dire che allo spettroscopio arriveranno contemporaneamente raggi viaggianti con velocità poco differenti: avremo dunque — se pure in misura apprezzabile — una lieve espansione delle righe spettrali, espansione variabile con il periodo di rotazione dell'astro, la quale si sovrappone allo spostamento periodico previsto in base alle ipotesi ordinarie. Nessun inconveniente dunque per la misura di questo spostamento (2).

(1) È facile intuire come questa conclusione vada completata quando si supponga che il centro fisso sia un'altra stella costituente con la prima un sistema ruotante attorno al comune centro di gravità. Se per una delle due stelle è soddisfatta bene la nostra condizione Kb vicino a 1, per l'altra non lo sarà; poichè in generale, le due stelle avendo masse diverse, hanno anche velocità tangenziali diverse, e perciò valori di b diversi. La luce proveniente dal sistema varierà nel tempo secondo una legge che deve essere determinata in base alla composizione di due delle curve da noi date, delle quali, però, solo una presenterà forte l'influenza del termine periodico. Si capisce perciò che l'apparenza di *variabilità* si deve conservare, sebbene in misura attenuata.

(2) Riserbandoci di approfondire l'indagine intorno al modo di considerare il fenomeno di Döpler nell'ipotesi balistica qui ammettiamo che l'effetto osservato dipenda direttamente dal *numero* delle vibrazioni giunte nell'unità di tempo.

La stessa conclusione regge ancora quando il prodotto Kb si avvicina ad 1; e precisamente fino a che la curva $T=f(t)$ viene tagliata in un solo punto dalle parallele all'asse delle ascisse, tutto ciò che si vedrà al crescere di Kb , sarà *un aumento dell'espansione della riga, e una maggiore evidenza della sua variazione periodica.*

Quando Kb raggiunge valori più grandi la curva verrà tagliata *tre volte* dalle parallele, all'asse t ; avremo, in corrispondenza, righe sempre espanse la cui larghezza presenterà carattere di periodicità perfettamente regolare, così da permettere la determinazione del periodo. Se le velocità dei raggi che si sovrappongono sono sufficientemente diverse potremo anche avere la decomposizione della riga e sarà possibile con la misura della distanza delle componenti (o della larghezza della riga se non è decomposta) la determinazione della velocità istantanea posseduta dal corpo girante nelle due posizioni. Si avranno così quegli elementi che occorrono alla deduzione del raggio dell'orbita e della massa del corpo, così come viene fatto in base alle leggi di Keplero (supposte già applicabili)⁽¹⁾.

Al crescere del numero dei punti di incontro della curva $T=f(t)$ con le parallele all'asse t avremo in generale righe espanse, che in qualche momento possono risolversi e presentare *più di due componenti distinte* — come è stato in certi casi osservato e non è stato finora spiegato⁽²⁾ — mentre quando questo numero diventa grande avremo sovrapposizioni di luce proveniente da molte posizioni diverse, con velocità diverse, e quindi righe fortemente e *costantemente espanse*, nelle quali cioè la larghezza non presenterà che cambiamenti inapprezzabili (si sa che molte stelle presentano spettri di questo tipo).

Solo, dunque, allorchè il prodotto Kb sarà diventato alquanto più grande di 10 l'osservazione spettroscopica fondata sullo studio dei mutamenti periodici delle righe non permette più di constatare — come già la telescopica — la natura di « doppie » delle stelle.

Solo per questi casi i timori di De Sitter avrebbero, dunque, buon fondamento!

Ma nulla vi è di male ad ammettere che l'indagine astrofisica non sia riuscita ancora a svelare la vera natura di un certo numero di stelle

⁽¹⁾ La sola differenza fra il nostro modo di spiegare i fenomeni delle « variabili » e quello attualmente accettato per *alcune di esse* (quelle di tipo Algol) consiste in questo, che mentre la nostra ipotesi ci fa prevedere lo sdoppiamento delle righe anche se la luce proviene da *una sola stella* (satellite) ruotante attorno a una centrale; quella in corso deve ammettere che la luce provenga da due centri ruotanti, donde la necessità di immaginare « doppie » costituite di due stelle quasi uguali.

⁽²⁾ Frequente è il caso dell'osservazione contemporanea della riga netta in posizione normale e di due componenti espanse laterali. Si vede subito che questo caso collima perfettamente con qualcuna delle nostre curve.

complesse (molto lontane per essere Kb grande). Mostreremo anzi in altra occasione, con facili considerazioni statistiche, come tale opinione trovi impressionante riscontro nei fatti osservati.

Concludendo possiamo affermare che *il 2° postulato della teoria della relatività non trova appoggio alcuno nelle osservazioni fatte intorno alle stelle doppie; che l'ipotesi opposta — la balistica — non solo non è contraria a queste osservazioni, ma trova una salda e chiara base di fatto nelle osservazioni sulle « stelle variabili » e sulle « nuove »* (1).

Fisica. — *Sulla comunicazione del prof. La Rosa.* Osservazioni del Socio CASTELNUOVO.

Non è certo sfuggita all'Accademia l'importanza della questione sollevata dal prof. La Rosa. Poichè egli ha fatto il mio nome, mi si consenta di aggiungere qualche parola. Nella primavera del 1910, quando redigevo l'articolo che fu poi pubblicato in « Scientia » nel primo numero del 1911, mi venne l'idea di ricorrere alle osservazioni delle stelle doppie per avere un criterio discriminativo tra due ipotesi sulla propagazione luminosa: la teoria classica, accolta da Einstein, che ammette la velocità della luce essere indipendente dal moto della sorgente, e la teoria balistica o teoria dell'emissione, secondo la quale la velocità della luce si compone vettorialmente colla velocità della sorgente. Mi accorsi però durante la pubblicazione dell'articolo che la stessa proposta era stata fatta dal Comstock in una comunicazione letta il 23 ottobre 1909 a Princeton, come risulta da un brevissimo cenno apparso nella Physical Review del febbraio 1910. Il Comstock dice di avere esaminato le variazioni di velocità radiale di alcune stelle doppie e di non aver riscontrato le strane apparenze che seguirebbero dalla ipotesi balistica. Anch'io nel 1910 da alcuni diagrammi relativi a stelle doppie spettroscopiche trassi analoghe conseguenze. Un'analisi più accurata fu fatta nel 1913 dal De Sitter. Questi parte dall'osservazione che i diagrammi delle velocità radiali di stelle doppie conducono, quando siano esaminati in base all'ipotesi classica, ad orbite ellittiche con piccole eccentricità, mentre, se l'esame venisse fatto appoggiandosi sull'ipotesi balistica, si troverebbero orbite di forme o di eccentricità inverosimili. L'analisi del De Sitter non ostante alcune critiche che ad essa furono fatte ed alle quali egli rispose, parve sino ad oggi esauriente. Il La Rosa invece non condivide questo parere

(1) Una risposta al dubbio avanzato più sotto dal prof. Castelnuovo si trova già nella relazione estesa delle mie ricerche, che è sotto stampa fra le « Memorie della Soc. Astr. Ital. ». Nondimeno mi permetterò di esporre prossimamente qui stesso gli argomenti in favore delle curve di luce, le quali risolvono pure la questione particolare su cui il prof. Castelnuovo si ferma.