

RENDICONTI

DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 13 gennaio 1924.

V. VOLTERRA, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Astrofisica. — *La costituzione delle variabili del tipo « Mira Ceti » secondo l'ipotesi balistica sulla velocità di propagazione della luce.* Nota del Corrispondente M. LA ROSA ⁽¹⁾.

In una breve Nota presentata a questa R. Accademia ⁽²⁾, ebbi occasione di fare cenno di una nuova spiegazione dei fenomeni delle « stelle variabili », fondata sulle seguenti ipotesi:

1°) che la velocità della luce si componga con quella della sorgente luminosa;

2°) che tutte le stelle variabili siano doppie, o più generalmente « stelle complesse ».

Questa seconda ipotesi contiene l'estensione di un fatto direttamente rivelato dalle osservazioni, telescopiche e spettrali, nel caso delle variabili della 3^a classe di Scheiner (quelle di tipo Algool, e di tipo β Lirae, 45 in tutto). Per le quali, anzi, la conoscenza della loro natura di « doppie » è servita a dare, benchè in modo imperfetto ⁽³⁾, ragione del mutamento periodico della grandezza apparente; ascrivendolo — com'è noto — all'occultazione periodica di una delle stelle componenti per parte dell'altra.

Per le variabili rimanenti — ne sono note alcune migliaia — non è stato mai ammesso che possano essere « doppie », non in forza di risultati direttamente acquisiti, sebbene per la impossibilità di spiegare, sulla base

⁽¹⁾ Presentata nella seduta del 2 dicembre 1923.

⁽²⁾ Vol. XXXII ser. 5^a, 1° sem, fasc. 12, pag. 590, 1923.

⁽³⁾ Cfr. in proposito il mio lavoro su Memorie della Società Astr. Ital., luglio 1923.

di questa loro costituzione eventuale. i particolari complessi del periodico cambiamento di grandezza.

Ora una recente scoperta, fatta nell'Osservatorio di Lick, ci assicura che *la più tipica e la più interessante delle « variabili » della 2^a classe, la Mira Ceti, ha un compagno otticamente visibile* ⁽¹⁾.

Non occorrono molte parole per mettere in rilievo *quale importante conferma questa scoperta abbia portato* alla teoria delle variabili che io ho tracciato, e come da essa mi senta incoraggiato a sviluppare qui quelle considerazioni che intorno alle variabili di questo tipo avevo già schizzato in una mia precedente Memoria ⁽²⁾.

La *o* Ceti, che fu già detta Mira per il meraviglioso suo comportamento, presenta le seguenti caratteristiche importanti:

- a) un periodo *variabile* il cui valore medio è di 332 giorni circa;
- b) cambiamenti periodici anche nei valori dei massimi e dei minimi della grandezza apparente, poichè i massimi (ordine minimo della classe) variano tra i gradini 1,7 e 5,0 della scala delle grandezze, e i minimi fra i gradini 8^o e 9,5.

Scopo nostro è dunque quello di mostrare come queste caratteristiche si possano ritrovare, in modo semplice e piano, ammettendo che la luce obbedisca alla legge di composizione delle velocità, e che le « variabili » del tipo *o* Ceti siano « sistemi » analoghi al nostro sistema planetario, costituiti, cioè, di un grande astro centrale attorno al quale girino altri corpi, tuttavia fortemente incandescenti.

Giova anzi alla chiarezza e alla valutazione della larga portata delle nostre considerazioni, mettersi sul terreno dei fatti concreti, e però proponiamoci di esaminare quello che ipotetici abitatori lontani avrebbero potuto osservare sul nostro sistema solare, quando i corpi che lo compongono (per semplicità consideriamo solo i pianeti maggiori e supponiamo le loro orbite circolari) erano ancora allo stato di incandescenza molto viva. Ricordando quanto ho esposto nella Nota citata, e tenendo presenti le distanze medie r dei vari pianeti dal Sole (che sono date dai numeri seguenti, essendo 1 il raggio medio dell'orbita terrestre).

	r	r^2		r	r^2
Mercurio . . .	0,39	0,150	Giove	5,20	27,04
Venere.	0,72	0,515	Saturno	9,54	91,01
Terra	1,00	1	Urano	19,18	368.
Marte	1,52	2,31	Nettuno	30,05	900,

risulta senz'altro evidente, che per un certo punto di osservazione, posto alla distanza a dal Sole, non tutti questi pianeti avrebbero potuto dar luogo, con il loro moto, alle fluttuazioni di luce che sono oggetto del nostro studio.

(1) Al Ch.mo prof. V. Cerulli, che ha avuto la bontà di segnalarmi questa notizia, porgo le più vive grazie.

(2) Mem. Soc. Astr., l. c.

Nella mia Nota ⁽¹⁾ ho mostrato infatti, che affinchè queste fluttuazioni possano riuscire apprezzabili occorre che le quantità indicate con i simboli K e b soddisfino alla limitazione (approssimativa)

$$(1) \quad 0,1 < Kb < 5$$

anzi perchè queste fluttuazioni possano risultare veramente *cospicue* occorre che il prodotto medesimo soddisfi alla limitazione:

$$(1') \quad 0,16 < Kb < 1$$

Tenendo presente che $K = a/\tau$, essendo τ il periodo di rivoluzione, e che $b = \frac{v}{c}$, essendo v la velocità tangenziale (media) dell'astro girevole, abbiamo:

$$(2) \quad Kb = 2\pi ar/\tau^2$$

e allora facendo il rapporto fra i prodotti Kb che spettano a due pianeti differenti, e tenendo presente la 3^a legge di Keplero abbiamo:

$$(3) \quad \frac{K_1 b_1}{K_2 b_2} = \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

Questa relazione — tenuto conto della limitazione (1') — ci fa vedere che non tutti i pianeti avrebbero potuto dare *contemporaneamente* luogo a fluttuazioni cospicue di luce nel posto di osservazione.

Con la scorta dell'ultima relazione e dei numeri riportati nella 3^a colonna dello specchio precedente (cioè i quadrati delle distanze) possiamo infatti verificare che se p. es. in un certo punto di osservazione, Mercurio mostrava fluttuazioni di luce molto cospicue (Kb prossimo a 0,2) nessun altro pianeta poteva dare luogo a fluttuazioni paragonabili con quelle di Mercurio, solo Venere ($Kb = 0,2 \times 150/515$) avrebbe potuto presentare deboli fluttuazioni le quali non avrebbero che ben poco influenzato i cambiamenti dell'altro.

Ugualmente vediamo, che in un altro punto di osservazione, per il quale fosse riuscita soddisfatta, per Venere, la condizione $Kb = 0,2$; solo Mercurio avrebbe presentato notevoli cambiamenti di luce sovrapposti a quelli di Venere (poichè per Terra si sarebbe avuto $Kb = 0,2 \times 515/1000$ e per Mercurio $Kb = 0,2 \times 515/150$); così pure in un posto in cui Terra avesse soddisfatto la condizione $Kb = 0,2$ anche Venere e Marte avrebbero dato luogo a fluttuazioni notevoli, mentre in un punto in cui la solita condizione fosse soddisfatta per Marte, solo Terra ($Kb = 0,2 \times 2,31$) avrebbe dato luogo a variazioni di luce sensibili. poichè per Venere si sarebbe avuto $Kb = 0,2 \times 231/51$; e per Giove $Kb = 0,2 \times 2,3/27$; e così via.

(1) Rend. Lincei, loc. cit.

In conclusione si vede che in certe regioni dello spa io tre soli pianeti al massimo avrebbero potuto soddisfare contemporaneamente e bene alla limitazione relativa a Kb . in certe altre regioni due, in certe altre uno, e fuori di queste regioni *nessuno*.

A seconda della posizione dell'osservatore nel cielo, il nostro sistema solare sarebbe, dunque, apparso: o come una stella di luminosità invariabile (ultimo caso), o come una stella « variabile » con periodicità semplice, o come una variabile con periodicità complessa, per la sovrapposizione degli effetti di luce dati da due, o al massimo da tre componenti del sistema.

Ora quale debba essere l'effetto di questa sovrapposizione di due o di tre delle nostre curve di luce, di *periodo diverso*, non è cosa difficile a intuire.

La nostra indagine ci riconduce in fondo al problema della sovrapposizione di più vibrazioni armoniche, di periodi differenti, che si presenta in Acustica, e può essere affrontato e discusso con i medesimi metodi che si applicano in quel ramo di scienza.

Certo non posso qui permettermi di insistere su questi procedimenti. Mi basta di ricordare che il più semplice ed il più efficace metodo di studio è quello dei « vettori giranti ».

Si sa che un moto pendolare può essere considerato come la proiezione sopra una retta di un *vettore*, di *modulo* a , *uguale all'ampiezza del moto* e girante attorno ad un estremo con la velocità angolare costante $\omega = 2\pi/\tau$, essendo τ il periodo del moto. Si sa inoltre che se x è la retta di proiezione, e se OA ed OB sono le posizioni nell'istante generico t , dei due vettori che servono a darci i due moti componenti, il moto risultante è dato dalla proiezione su x del vettore OC, che risulta dalla composizione di OA ed OB. Tenuto conto della differenza tra i periodi dei moti componenti, il moto risultante ci viene perciò dato dalla proiezione della diagonale di un parallelogrammo articolato i cui lati girino con le velocità angolari $2\pi/\tau_1$ e $2\pi/\tau_2$; *diagonale che risulta di grandezza variabile ed animata di velocità pure variabile*.

Si sa ancora che di questo moto risultante si suole costruire il diagramma, prendendo l'asse dei tempi normale alla retta x , e riportando, con semplice costruzione di parallele agli assi le posizioni successive della proiezione C' di C.

Queste stesse considerazioni e costruzioni si possono applicare al nostro caso. Supposto p. es. che due corpi giranti del sistema, quelli di periodo τ_1 e τ_2 , ed essi soli, diano luogo nel punto di osservazione a fluttuazioni luminose apprezzabili, il nostro problema si riduce allo studio degli effetti della sovrapposizione delle due curve di luce.

Queste, pure essendo « periodiche », non hanno in generale forma semplice, e però per servirci del metodo indicato occorrerà decomporle in oscillazioni armoniche, per mezzo del teorema di Fourier, con che otterremo due

sistemi di oscillazioni, dotate dei periodi rispettivi $\tau_1; \tau_1/2; \tau_1/3; \dots;$
 $\tau_2; \tau_2/2; \tau_2/3; \dots;$ e delle ampiezze $a_1, a_1', a_1'', \dots; a_2, a_2', a_2'', \dots$

Comporremo, allora col procedimento ricordato, le coppie $\tau_1, \tau_2; \tau_1/2,$
 $\tau_2/2; \tau_1/3, \tau_2/3 \dots$ (in generale basteranno le prime due coppie) e saremo
condotti a un'oscillazione risultante le cui caratteristiche saranno fonda-
mentalmente determinate dalla risultante della prima coppia (τ_1, τ_2), la quale
sarà più o meno modificata nella « forma » dalla sovrapposizione di « armonici »
di tipo analogo a quello della oscillazione fondamentale.

Si intuisce perciò facilmente, che il carattere generale della curva di
luce che risulta dalla composizione di due di diverso periodo sarà analogo
a quello delle curve dei battimenti (in senso molto largo); essa avrà una
doppia periodicità, costituirà cioè un sistema di oscillazioni nelle quali
l'ampiezza e il periodo vanno successivamente modificandosi, con legge più
o meno semplice, a seconda del valore dei rapporti $\tau_1/\tau_2; a_1/a_2$; ed avremo
come risultato immancabile, rimarchevoli cambiamenti nei *massimi e mi-*
nimi della curva di luce, e mutamenti del periodo delle successive flut-
tuazioni.

Quando il rapporto τ_1/τ_2 è razionale la curva di luce risultante, sarà
pure periodica, cioè ammetterà un lasso di tempo dopo il quale una certa
successione di vicissitudini, torna a riprodursi. In altre parole, esiste in tal
caso un gruppo più o meno numeroso di oscillazioni diverse fra loro per forma,
ampiezza e periodo, che ad intervalli di tempo costanti *torna a ripetersi*.

In caso contrario non si può parlare, *a rigore*, di un *fenomeno perio-*
dico, non pertanto il cambiamento di luce conterà sempre di una succes-
sione di vere oscillazioni più o meno capricciose di forma, *variabile* per
ampiezza e per periodo, che vanno lentamente e continuamente modifican-
dosi col decorrere del tempo.

In ogni caso ritroviamo dunque le caratteristiche dei cambiamenti delle
« variabili » di tipo « Mira Ceti ».

L'ipotesi naturale dell'esistenza di « stelle complesse » e le semplici
considerazioni sulla compesizione di due cambiamenti periodici ci danno,
dunque, quanto ci basta per spiegarci più che chiaramente il comportamento
irregolare e pieno di mistero offerto dalle più strane fra le « stelle variabili ».

L'analisi armonica delle curve di luce esattamente rilevate, ci permet-
terà di penetrare in fondo al nostro problema; essa ci confermerà — non ne
dubito — le mie ipotesi, e ci insegnerà molte cose intorno a queste stelle.
Intanto l'osservazione tele — o spettro-scopica — ci farà conoscere diretta-
mente *almeno un secondo compagno di Mira Ceti*, e la complessa costitu-
zione delle altre variabili dello stesso tipo.

Forti argomenti di natura spettroscopica appoggiano e convalidano queste
mie vedute, ma su essi spero di intrattenermi in un prossimo studio.