ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 198. Nr. 4729. 1.

Zur Frage der astronomischen Kriterien für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.

Von *W. Zurhellen*.

Die bisher von astronomischer Seite veröffentlichten Erörterungen der Frage, ob die Lichtgeschwindigkeit von der eigenen Geschwindigkeit der Lichtquelle beeinflußt wird [1]), argumentieren wie folgt: Wäre die Lichtgeschwindigkeit nicht konstant, käme vielmehr zu ihrem konstanten Betrag c das $\varkappa$-fache der radialen Geschwindigkeit g hinzu, so würden die Radialgeschwindigkeiten eines spektroskopischen Doppelsterns nach der Zeit $\Delta/(c-\varkappa g)$, also die positiven g zu spät, die negativen zu früh beobachtet werden (Δ = Entfernung in km). Von dem konstanten Teil der g darf aus dem von Herrn *Guthnick* l. c. p. 266, Z. 6 angeführten Grunde abgesehen werden; der periodische würde einen Zuwachs der Beobachtungszeiten t, d. h. der Abszissen der Geschwindigkeitskurve, erzeugen, der den Ordinaten g proportional, also in der einen Hälfte der Bahn positiv, in der andern negativ wäre. Die so entstehende Deformation der Geschwindigkeitskurve würde die aus ihr abgeleitete Exzentrizität und Periastronlage verfälschen, doch so, daß die Nullstellen erhalten blieben. Die beiden genannten Elemente sind also auf eine eventuelle Abhängigkeit von Δ zu prüfen.

Bei diesen Überlegungen ist also nur von einer Änderung der Abszissen (Beobachtungs*zeiten*) die Rede; es wird vorausgesetzt, daß die Ordinaten g durch die Annahme der Geschwindigkeitsveränderung des Lichts nicht berührt werden. Im folgenden soll gezeigt werden, daß gerade in den Ordinaten g ein sekundärer Dopplereffekt auftrete, der sehr viel leichter nachweisbar wäre als die Veränderungen der Abszissen t, und daß hierdurch ein hundert- bis tausendfach empfindlicheres Kriterium geboten wird als die bisher erörterten.

Die einzige Schwierigkeit der nachfolgenden Überlegungen beruht in ihren Voraussetzungen; diese seien daher mit einiger Ausführlichkeit erörtert.

1. Voraussetzung:

Der im Spektrogramm gemessene Ort einer Linie ist in eindeutiger Weise von der Zahl der Schwingungen abhängig, die die in der Vorderfläche des Prismas gelagerten Äthermoleküle in der Zeiteinheit ausführen [2]). Wie diese »Frequenz« zustande kommt, ist vollkommen gleichgültig; ebenso ist gleichgültig, welche Schwingungen die vor dem Prisma im Raum liegenden Moleküle ausführen, und welches Bild dadurch im ganzen im Raum entsteht.

2. Voraussetzung:

Treffen zu den Empfangszeiten t_e und $t_e + dt_e$ zwei Lichtstrahlen im Prisma ein, die zu den Zeiten t_a und $t_a + 1^s$ von der Lichtquelle ausgegangen sind, so führen die Moleküle der Prismenoberfläche in der Zeit dt_e ebensoviel Schwingungen aus, wie in der einen Sekunde von der Lichtquelle ausgesandt wurden (nämlich ν_a), einerlei ob die Lichtquelle oder das Prisma in dieser Sekunde den Ort verändert hat oder nicht. (Von dem paradoxen Fall, daß eine Schwingung später eintrifft als eine andere nach ihr ausgegangene, werde vorläufig abgesehen; der Nachdruck liegt gegenwärtig darauf, daß der Bewegungszustand der Lichtquelle bezw. des Prismas zwar einen Einfluß auf die Größe von dt_e, nicht aber auf die Zahl der in dt_e empfangenen Schwingungen hat, die unter allen Umständen gleich ν_a ist.)

Es kommt also nach 1. allein auf die Frequenz der empfangenen Schwingungen an, und diese ist nach 2. gleich $\nu_e = \nu_a/dt_e$.

NB. Aus mehrfachen Diskussionen mit Fachgenossen und Physikern gewann ich den Eindruck, daß diese beiden Voraussetzungen teils für nahezu selbstverständlich, teils für falsch gehalten werden. Für mich ist der Umstand maßgebend, daß ich, wenn eine der beiden Voraussetzungen hinfällig wäre, keine Möglichkeit sähe, die einfache kinematische Auffassung des Dopplerprinzips aufrecht zu erhalten, deren Zulässigkeit sich bisher noch bei jeder Gelegenheit bestätigt hat. Gleichwohl sehe ich darin keinen Beweis; ein solcher wäre m. E. nur mit weitausholenden Erörterungen über das Wesen der Dispersion und des Lichtes überhaupt zu erbringen, die ich gründlicheren Kennern der gegenwärtig in der theoretischen Physik herrschenden Anschauungen überlassen muß. Insbesondere scheint mir das Vorstehende und seine Konsequenzen einer Nachprüfung auf Grund der gegenwärtig noch zur Diskussion stehenden Relativitätstheorie zu bedürfen. — Es wird übrigens hier und im folgenden absichtlich nicht von Wellenlängen, sondern von Schwingungszahlen bezw. -zeiten gesprochen, da diese mir der ursprünglich gegebene, die Wellenlängen der abgeleitete Begriff zu sein scheinen. Es wäre nicht schwer, von ν_a und ν_e vermöge der Gleichung $\lambda \cdot \nu = c - \varkappa g$ auf »wahre« und »scheinbare« Wellenlängen überzugehen und die Voraussetzungen 1. und 2. entsprechend zu modifizieren. Es würde aber zu unnötigen Komplikationen führen und ist daher vermieden worden.

Die dritte Voraussetzung, für deren Richtigkeit ein Kriterium gefunden werden soll, besagt

$$t_e - t_a = \Delta/(c - \varkappa g)$$

worin Δ die Entfernung des Prismas im Moment t_e von dem

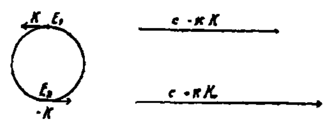
[1]) *W. de Sitter*, Phys. Ztschr. **14**.429 und 1267; *P. Guthnick*, A. N. **195**.265; *E. Freundlich*, Phys. Ztschr. **14**.835.

[2]) Der Übergang auf die Emissionstheorie bietet weder hier noch im folgenden eine Schwierigkeit, würde im Gegenteil die Überlegungen wesentlich vereinfachen.

Ort, den die Lichtquelle in t_a eingenommen hatte, und g die Geschwindigkeit der Lichtquelle im Moment t_a bedeutet.

Um die Überlegung zu vereinfachen, setzen wir die Geschwindigkeit des Beobachters gleich 0. Eine konstante Geschwindigkeit wäre ebenso gleichgültig wie eine konstante Geschwindigkeit des Bahnzentrums; in den Zeitdifferentialen, die im folgenden betrachtet werden, kann aber die Erdgeschwindigkeit mit hinreichender Genauigkeit als konstant angesehen werden.

Um zunächst den Unterschied zwischen den folgenden Überlegungen und den oben zitierten klar hervortreten zu lassen, sei eine Überschlagsbetrachtung vorausgeschickt.



Angenommen, der Körper sende von der Elongation E_1 einen Strahl mit der Geschwindigkeit $c - \varkappa K$, von der Elongation E_2 einen Strahl mit der Geschw. $c + \varkappa K$ aus; dann wird der zweite Strahl den ersten mehr und mehr einholen, und es muß eine bestimmte Entfernung geben, in der er, statt um $\frac{1}{2} U$, nur (sagen wir) um $\frac{1}{20} U$ später eintrifft als der erste. In dies Intervall müssen alle Schwingungen zusammengedrängt werden, die in der Zeit $\frac{1}{2} U$ ausgegangen sind, also müssen durchschnittlich in 1^s zehnmal soviel Schwingungen eintreffen, als in 1^s ausgesandt worden sind. Das heißt: die durchschnittliche Frequenz wird verzehnfacht, eine Spektrallinie würde also nach Voraussetzung 1. etwa vom äußersten Rot ins äußerste Ultraviolett rücken. Geht man weiter, so muß ein Punkt kommen, in dem die zweite Schwingung die erste eingeholt hat, wo also in einem unendlich kleinen Zeitintervall eine endliche Zahl von Schwingungen ausgeführt werden soll, d. h. wo die Schwingungszahl unendlich und der Zustand des betr. Äthermoleküls unbestimmt wird; in noch größeren Entfernungen nimmt die Schwingungszahl wieder ab, aber die später ausgegangene Schwingung wird eher eintreffen, die Elongation E_2 wird eher beobachtet als E_1. Alle diese Konsequenzen sind natürlich absurd; es gilt nun aus solchen spektroskopischen Bahnen, für die anderweitige Prüfungen vorliegen, eine obere Grenze für $\varkappa$ abzuleiten. Dabei dürfen wir natürlich nicht das Intervall von E_1 bis E_2 im ganzen, auch überhaupt kein Intervall von endlicher Größe betrachten, sondern müssen auf differentielle Zeitintervalle übergehen.

Prisma und Lichtquelle haben in den Momenten t_a und t_e die Entfernung Δ, in $t_a + 1^s$ und $t_e + \mathrm{d}t_e$ die Entfernung $\Delta + g$, also treffen die zu den Zeiten t_a und $t_a + 1^s$ ausgehenden Schwingungen das Prisma zu den Zeiten

$$t_e = t_a + \Delta/(c - \varkappa g)$$
$$t_e + \mathrm{d}t_e = t_a + 1^s + (\Delta + g)/[c - \varkappa(g + \mathrm{d}g)]$$ [1]

$$\mathrm{d}t_e = 1^s + (cg - \varkappa g^2 + \Delta \cdot \varkappa\, \mathrm{d}g)/((c - \varkappa g)\,[c - \varkappa(g + \mathrm{d}g)])$$
$$= 1^s + g/[c - \varkappa(g + \mathrm{d}g)] + (\Delta \cdot \varkappa\, \mathrm{d}g)/((c - \varkappa g)\,[c - \varkappa(g + \mathrm{d}g)]).$$

Nun ist $\varkappa g$ zweifellos gegenüber c sehr klein, sodaß wir schreiben dürfen

$$\mathrm{d}t_e = 1^s + g/c + \varkappa \Delta\, \mathrm{d}g/c^2$$
$$1/\nu_e = (1/\nu_a)(1 + g/c + \varkappa \Delta\, \mathrm{d}g/c^2).$$

Die Vernachlässigung des dritten Gliedes in der Klammer würde auf das gewöhnliche Dopplerprinzip führen. Ist aber $\varkappa$ von 0 verschieden, so wird die als Radialgeschwindigkeit aufgefaßte Größe in Wirklichkeit gleich

$$g' = g + \varkappa(\Delta/c)\, \mathrm{d}g.$$

Das gilt ohne Voraussetzung über die Form der Bahn. Nehmen wir zuerst eine Kreisbahn an, so ist zu setzen

$$g = K \cos u, \quad \text{worin} \quad u = \mu t \quad \text{ist.}$$

μ bedeutet die tägliche Winkelbewegung; t ist von dem Moment an gerechnet, in dem die beobachtete Komponente in der von der Erde abgewandten Richtung durch die im Systemschwerpunkt zum Visionsradius senkrechte Ebene hindurchgeht (positives Maximum von g). Bezeichnet $\mathrm{d}g$, wie oben, die Veränderung von g in 1^s, so wird

$$\mathrm{d}g = -K \sin u\, \mathrm{d}u = -K \sin u \cdot \mu/86400.$$

(In dieser Form ist μ in analytischem Maß zu nehmen, also, wenn U = Periode in Tagen, $\mu = 2\pi/U$.)

$$g' = K \cos u - K \varkappa(\Delta/c)(\mu/86400) \sin u.$$

Setzen wir nun

$$K = K' \cos u_0 \qquad K \varkappa(\Delta/c)(\mu/86400) = Kq = K' \sin u_0$$
$$K' = K\sqrt{(1 + q^2)} \qquad \mathrm{tg}\, u_0 = q = \varkappa(\Delta/c)(\mu/86400)$$

so erhalten wir

$$g' = K' \cos(u + u_0).$$

$\varkappa$ läßt sich also direkt bestimmen, sobald Δ und u_0 bekannt ist.[2] Das letztere ist der Fall, wenn der betr. spektroskopische Doppelstern zugleich ein Verfinsterungsveränderlicher ist. Alsdann liefert das Lichtminimum direkt den Moment $u = 90°$, d. h. den wahren Durchgang durch den Visionsradius (genauer: der Moment, in dem das Zentrum der beobachteten Komponente den geringsten Abstand von der Verbindungslinie der Erde mit der andern Komponente hat). Anderseits liegt die Nullstelle der beobachteten g', also der spektroskopisch bestimmte (scheinbare) Durchgang durch den Visionsradius, bei $u = 90° - u_0$, d. h., da u_0 stets positiv sein muß, um u_0/μ früher als das Lichtminimum. Bezeichnet man den photometrisch bestimmten Moment des Lichtminimums mit t_p, den spektroskopisch bestimmten Moment des (scheinbaren) Durchgangs durch den Visionsradius mit t_s, so liefert $t_p - t_s$ den gesuchten Winkel u_0, und damit $\varkappa$:

$$\mu \cdot (t_p - t_s)^{(\mathrm{d})} = u_0 \qquad \mathrm{tg}\, u_0 = q$$
$$\varkappa = q.(c/\Delta) \cdot U \cdot 86400/(2\pi)$$

oder, wenn man mit der Anzahl der Zeitsekunden eines Jahres aufhebt:

$$\varkappa = q/(2\pi) \cdot (\text{Periode in Jahren})/(\text{Entfernung in Lichtjahren}).$$

Ist u_0 so klein, daß man setzen kann

$$q = u_0 = (t_p - t_s)^{(\mathrm{s})} \cdot 2\pi/(U \cdot 86400)$$

so wird

$$\varkappa = (t_p - t_s)^{(\mathrm{s})} \cdot (c/\Delta) = [(t_p - t_s)^{(\mathrm{s})}/498.5] \sin p \quad (p = \text{Parallaxe}).$$

[1]) Streng genommen wäre an diesen Stellen ein Mittelwert zwischen g und $g + \mathrm{d}g$ einzusetzen; die Vernachlässigung ist belanglos.

[2]) Den Einfluß von $\varkappa$ auf die Halbamplitude K', von dem oben bei der Überschlagsbetrachtung die Rede war, habe ich ebenfalls, soweit die Parallaxenbestimmungen es zuließen, verfolgt, aber nur ein relativ unscharfes (statistisches) Kriterium gewonnen.

Als Beispiel sei *β* Aurigae angeführt, dessen Bahnexzentrizität nach *Baker* 0 ist. Angenommen, die Phasendifferenz der spektroskopischen und der von *Stebbins* gefundenen Lichtkurve betrüge eine halbe Stunde (ob diese Annahme gerechtfertigt ist, wird weiter unten zu untersuchen sein), so wäre, da die Parallaxe nach *Kapteyn* und *Weersma*[1]), d. h. nach *Flint* (Washburn-Observ.) und *Tikhoff* (Pulkowa), 0."014 beträgt,

$$\varkappa = (1800/498.5)\cdot\sin 0.''014 = 2.5\cdot 10^{-7}.$$

Bewegte sich also eine Lichtquelle 100000 km pro 1.sek., so würde die Geschwindigkeit des von ihr ausgehenden Lichtes um 0.025 km = 25 m verändert.

Die Übertragung der vorigen Schlüsse auf elliptische Bahnen bietet einige Schwierigkeiten, die aber nicht zu umgehen sind, da von vorneherein nicht als ausgeschlossen angesehen werden darf, daß hier Zusatzglieder von wesentlichem Einfluß auftreten könnten.

Zunächst gilt das von der Definition der Epoche des Lichtminimums. Da die spektroskopisch beobachteten Verfinsterungsveränderlichen bisher nur sehr kleine Exzentrizitäten gezeigt haben, hat man ohne weiteres als selbstverständlich angenommen, daß das Lichtminimum mit dem Moment $u = \omega + v = 90°$ zusammenfalle. Soviel ich sehe, hat erst *Russell* (Ap. J. 36.55) eine schärfere Bedingung für kreisnahe Ellipsen aufgestellt. Ich benutze die Gelegenheit, die strenge Formel für Ellipsen beliebiger Exzentrizität mitzuteilen.

Ist i die Neigung der Bahn gegen die »tangierende«, d. h. auf dem Visionsradius senkrecht stehende Ebene, so gilt für die Projektion δ des Radiusvektors der Bahn auf die tangierende Ebene das Gleichungspaar

$$\delta = r\cos\eta \qquad \sin\eta = \sin u \sin i.$$

δ muß in der Mitte der Verfinsterung sein Minimum erreichen. Betrachtet man nur $\cos\eta$ als veränderlich, so wird man in der Tat auf $u = 90°$ geführt; die korrekte Formel ist

$$\delta^2 = a^2(1-e^2)^2(1-\sin^2 u\sin^2 i)/(1+e\cos v)^2.$$

Das Differential hiervon verschwindet, wenn

$$-(1+e\cos v)\sin u\cos u\sin^2 i + (1-\sin^2 u\sin^2 i)\,e\sin v = 0$$
$$\sin u\cos u\sin^2 i = e\sin u\cos\omega\cos^2 i - e\cos u\sin\omega.$$

Eine der beiden Größen $\sin u$ oder $\cos u$ muß von der Ordnung von e werden; ersteres würde auf das Maximum von δ führen. Im Minimum wird $\sin u$ nahe 1, und

$$\cos u = e\cos\omega\operatorname{ctg}^2 i - e\sin\omega\operatorname{ctg} u\operatorname{cosec}^2 i.$$

Das zweite Glied rechts ist von der Ordnung von e^2, die Gleichung ist also leicht durch aufeinanderfolgende Annäherungen zu lösen. Eine zweite Näherung ist z. B.

$$\cos u = e\cos\omega\operatorname{ctg}^2 i\,(1 - e\sin\omega\operatorname{cosec}^2 i).$$

Ist das Verfahren zum Stehen gekommen, so findet man die mittlere Anomalie M_s in bekannter Weise:

$$u - \omega = v \qquad \operatorname{tg}{}^1\!/_2 v\,\sqrt{[(1-e)/(1+e)]} = \operatorname{tg}{}^1\!/_2 E$$
$$E - e\sin E = M_s.$$

Herr *Russell* stellt für den Fall, daß Glieder mit e^2 vernachlässigt werden können, als Bedingung des Minimums auf

$$\theta' = M + \omega - {}^1\!/_2\pi + e\cos\omega\,(\operatorname{cosec}^2 i + 1) = 0$$
$$M + \omega + 2e\cos\omega = {}^1\!/_2\pi - e\cos\omega\,(\operatorname{cosec}^2 i - 1).$$

Nun ist innerhalb der von *Russell* angestrebten Annäherung

$$M + 2e\cos\omega = M + 2e\sin M = v$$

also

$$u = \omega + v = {}^1\!/_2\pi - e\cos\omega\operatorname{ctg}^2 i$$
$$\cos u = e\cos\omega\operatorname{ctg}^2 i.$$

Das ist identisch mit dem ersten (in e linearen) Glied der obigen Formel.

Zur Abschätzung von $90° - u$ sei $i = 70°$, $e\cos\omega = 0.1$ angenommen. Man erhält

$$\cos u = 0.013 \qquad 0.013\cdot U/(2\pi) = 0.002\,U$$

also für $U = 100^h$

$$(90° - u)\cdot U/360° = 0^h\!.2\,.$$

Das ist gerade die Grenze dessen, was z. B. *Stebbins* bei *β* Aurigae verbürgen zu können glaubt. Bis zu $e\cos\omega = 0.1$ dürfen also die obigen beiden Bedingungen in der Tat ersetzt werden durch

$$u = \omega + v = 90°.$$

Da die bisher bekannten Bahnen von Verfinsterungsveränderlichen (vgl. unten) weit unter dieser Grenze bleiben, sind die mit Hilfe von $\omega + v = 90°$ berechneten Phasendifferenzen theoretisch einwandfrei, wenn $\varkappa = 0$ ist.

Das Folgende beschränkt sich, analog den *Russell*schen Formeln, auf kreisnahe Ellipsen, für die die Formel gilt

$$g = \gamma + K\cos(\omega + M) + Ke\cos(\omega + 2M).$$

Dann wird

$$dg/dM = -K\sin(\omega + M) - 2Ke\sin(\omega + 2M)$$
$$g' = g + \varkappa(\Delta/c)\,dg =$$
$$= \gamma + K[\cos(\omega+M) - \varkappa(\Delta/c)\,dM\cdot\sin(\omega+M)]$$
$$+ Ke[\cos(\omega+2M) - 2e\varkappa(\Delta/c)\,dM\cdot\sin(\omega+2M)].$$

Wie oben ist wieder

$$dM = \mu/86400 \qquad \varkappa(\Delta/c)(\mu/86400) = q$$
$$g' = g + \varkappa(\Delta/c)dg = \gamma + K[\cos(\omega+M) - q\sin(\omega+M)]$$
$$+ Ke[\cos(\omega+2M) - 2q\sin(\omega+2M)].$$

Um die durch den sekundären Effekt modifizierten Elemente zu finden, ist diese letzte Gleichung auf die Form zu bringen

$$g' = \gamma + K'\cos(\omega' + M') + 2K'e'\cos(\omega' + 2M').$$

Das gelingt, wenn wir setzen

$$\left.\begin{aligned} K &= K'\cos M_0 \\ Kq &= K'\sin M_0 \end{aligned}\right\}\operatorname{tg} M_0 = q \qquad K' = K\sqrt{(1+q^2)}$$
$$\left.\begin{aligned} Ke &= K'e'\cos M_1 \\ Ke\,2q &= K'e'\sin M_1 \end{aligned}\right\}\operatorname{tg} M_1 = 2q \qquad K'e' = Ke\sqrt{(1+4q^2)}$$
$$\omega + 2M_0 - M_1 = \omega' \qquad e' = e\,\frac{\sqrt{(1+4q^2)}}{\sqrt{(1+q^2)}}$$
$$M - M_0 + M_1 = M'$$
$$\omega + M + M_0 = \omega' + M'.$$

Die gestrichelten Elemente sind die durch die spektroskopische Beobachtung, d. h. aus den g' direkt gefundenen. Der hieraus berechnete Durchgang durch den Visionsradius erfüllt die Gleichung $\omega' + v_s' = 90°$:

$$\omega' + v_s' = \omega' + M_s' + 2e'\sin M_s' + \cdots = {}^1\!/_2\pi$$

oder, innerhalb derselben Annäherung

$$\omega' + M_s' + 2e'\cos\omega' = {}^1\!/_2\pi.$$

[1]) List of parallax determinations. Publ. Groningen No. 24, S. 20, No. 79.

Andererseits ist der wahre Durchgang durch den Visionsradius, also das photometrisch beobachtete Lichtminimum, durch die Gleichung definiert

$$\omega + v_p = \omega + M_p + 2e\sin M = {}^1\!/_2\pi$$
$$\omega' + M_p' - M_0 + 2e\cos\omega = {}^1\!/_2\pi\,.$$

Also $\quad M_s' - M_p' + M_0 + 2e'\cos\omega' - 2e\cos\omega = 0\,.$

Wir haben nun das (unbekannte) $e\cos\omega$ durch die gestrichelten (bekannten) Elemente zu ersetzen:

$$\cos\omega = \cos\omega'\cos(2M_0 - M_1) + \sin\omega'\sin(2M_0 - M_1)$$
$$\operatorname{tg}(2M_0 - M_1) = \frac{2\operatorname{tg}M_0 - (1-\operatorname{tg}^2 M_0)\operatorname{tg}M_1}{1 - \operatorname{tg}^2 M_0 + 2\operatorname{tg}M_0\operatorname{tg}M_1} = \frac{2q^3}{1+3q^2}\,.$$

Wenn nun — was noch zu untersuchen sein wird — q eine kleine Größe ist, so wird

$$\cos\omega = \cos\omega' + (\text{Glied mit } q^3) + \cdots$$
$$e = e'\sqrt{[(1+q^2)/(1+4q^2)]}$$
$$= e' - {}^3\!/_2 e' q^2 + (\text{Glied mit } e' q^4) + \cdots$$
$$M_s' - M_p' = -M_0 - 3e' q^2\cos\omega' + (\text{Glied mit } e' q^3) + \cdots$$

Sofern also q^2 von der Ordnung von e ist, und alle Glieder mit e^2 vernachlässigt werden dürfen, ist die Phasendifferenz des (spektroskopisch) berechneten Moments $\omega' + v' = 90°$ und des (photometrisch) beobachteten Lichtminimums dieselbe wie bei der Kreisbahn, nämlich

$$M_0 = \operatorname{arc\,tg} q = \operatorname{arc\,tg}\,[\varkappa\,(\Delta/c)/(\mu/86400)]\,.$$

Umgekehrt ergibt sich aus dem durch Rechnung und Beobachtung bestimmten M_0 das gesuchte $\varkappa$:

$$M_0 = M_p - M_s = (t_p - t_s)^{(s)}\cdot\mu/86400 = \varkappa(\Delta/c)\,(\mu/86400)$$
$$\varkappa = [(t_p - t_s)^{(s)}/498.5]\sin p\,.$$

Sind also 1. die Epochen der Lichtminima, 2. die spektroskopischen Bahnelemente, 3. die Parallaxe bekannt, so läßt sich $\varkappa$ direkt berechnen, ohne auf Statistiken oder sonstige Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen zurückgreifen zu müssen.

Das bisher vorliegende Beobachtungsmaterial ist leider recht spärlich. Sämtliche notwendigen Daten sind, soweit ich sehe, nur für Algol und β Aurigae bestimmt worden. Um aber ein Urteil über $t_p - t_s$ überhaupt zu gewinnen, habe ich diese beiden Sterne mit einigen anderen, deren Epochendifferenz in den Allegheny-Publikationen mitgeteilt worden ist, zusammengestellt.

*	α	U	i	e	ω	Ep.-Diff. Photom.— Spektr.	$e\cos\omega$	Ep.-Diff./U	Autorität
δ Librae	$14^h\,56^m$	$2^d.327$	81°.5	0.054	29°.2	$> +0^d.042$	+0.047	+0.018	*Schlesinger*, All. I, S. 129
U Sagittae	19 14	3.381		0.035	44.1	−0.022:	+0.025	−0.007:	*M. Fowler*, All. III, 14
u Herc.	17 14	2.051	75	0.053	66.2	+0.016	+0.021	+0.008	*Schles.-Baker*, All. II, 59
Algol (β Persei)	3 2	2.867	90?	0.029	49.3	0.000	+0.019	0.000	*Belopolsky-Nordmann*, Pulk. Mitt. III, S. 72-73
»	»	»	»	0.031	21	> +0.062 [2]	+0.029	+0.022 [2]	*Schlesinger*, All. I, 32 und 126
β Lyrae [1]	18 46	12.919	> 65	0.018	0.2	+0.02:	+0.018	+0.002:	*R. H. Curtiss*, All. II, 100
β Aurigae	5 52	3.960	77.2	0.00	—	0.000	0.000	0.000	*Stebbins-Baker*, Aph. J. **34**.123
λ Tauri	3 55	3.953		0.053	111.7	−0.037	−0.020	−0.009	*Schlesinger*, All. III, 30
			> 60	0.035	110	−0.088	−0.012	−0.022	*v. Aretin-Schlesinger*, ibid.

[1]) Es kommt nur die Hauptkomponente in Betracht, da P, T, e und ω für die zweite einfach übernommen worden sind.
[2]) Vermutlich zu vermindern auf 0.027 und 0.009; vgl. u.

Zunächst sei auf den eigentümlichen Gang der Epochendifferenzen, und zwar besonders der in Teilen der Umlaufszeit ausgedrückten, mit e und ω, z. B. mit $e\cos\omega$, aufmerksam gemacht. Er legt den Verdacht nahe, daß in der Bestimmung der Epochendifferenz irgend etwas nicht in Ordnung ist, ohne daß ich eine Vermutung aufstellen könnte, welcher Art der systematische Fehler ist.

Da der sekundäre Effekt sein positives Maximum bei $u = 270°$, sein negatives bei $u = 90°$ hat, würde er alle Phasen nach rückwärts verlegen; $u' = 90°$ wird eher erreicht als $u = 90°$, die Differenz: Photometrisch beobachtetes minus spektroskopisch berechnetes Minimum müßte positiv werden. Er würde daher im entgegengesetzten Sinne wirken, wie die von *Nordmann* und *Tikhoff* vermutete Verzögerung der kurzwelligen gegenüber den langwelligen Strahlen; die oben aufgeführten Epochendifferenzen könnten daher um den Betrag des *Nordmann-Tikhoff*-Effekts zu klein erscheinen (bezw. zu stark negativ). Von diesem Effekt ist bisher nur soviel sicher, daß er, wenn überhaupt reell, dann jedenfalls klein ist; die bisherigen Schätzungen übersteigen nirgend etwa eine halbe Stunde ($= 0^d.02$). Demnach würden die Angaben über die wahre Epochendifferenz zwischen etwa $-0^d.07$ u. $+0^d.08$ schwanken.

Gerade bei Algol widersprechen sich die Angaben vollkommen. Während *Belopolskys* spektroskopische Bahnelemente mit den *Nordmann*schen Beobachtungen der Minima vollkommen übereinstimmen (Pulk. Mitt. III S. 73), hat *Schlesinger* eine Differenz von $1^1\!/_2$ bis 2 Stunden gefunden, die durch spätere noch unveröffentlichte Beobachtungen bestätigt werde (All. I, S. 127). Vermutlich ist aber an die von *Schlesinger* benutzte Ephemeride des Lichtwechsels ebenfalls die von *Nordmann* abgeleitete Korrektion von 50^m anzubringen, sodaß sich die Phasendifferenz auf etwa 1^h reduziert. Dazu käme in beiden Fällen wieder der *Nordmann-Tikhoff*-Effekt hinzu, der sich bei Algol (nach *Tikhoff*) auf etwa 20^m abschätzen läßt; im Mittel der beiden Bestimmungen dürfen wir die Epochendifferenz zu etwa 50^m ansetzen. Das ergäbe, da die Parallaxe $+0''.029$ beträgt (Publ. Gron. 24, S. 18, Nr. 40).

$$\varkappa = (3000/498.5)\sin 0''.029 = 8.5\cdot 10^{-7}\,.$$

Oben war die Phasendifferenz für β Aurigae mit Rücksicht auf den *Nordmann-Tikhoff*-Effekt zu 30^m angesetzt, und daraus abgeleitet

$$x = 2.5 \cdot 10^{-7}.$$

(Da das *Stebbins*sche Selenphotometer stark rotempfindlich ist, müßte der *Nordmann-Tikhoff*-Effekt, wenn er reell ist, hier relativ stark sein.)

Diese Zahlen haben natürlich nur den Wert einer Grenzbestimmung, da sie sehr unsicher sind. Sie erlauben immerhin den Schluß:

Der Bruchteil, mit dem die Geschwindigkeit einer Lichtquelle in die Lichtgeschwindigkeit eingeht, ist kleiner als 1 : 1 Million.

Selbstverständlich betrachte ich dies Resultat nicht als abschließend; die vorstehenden Überlegungen geben aber, sofern sich kein physikalischer Einwand gegen sie erhebt, ein Mittel an, die Größe x mit jeder wünschenswerten Schärfe zu bestimmen, sobald nur genauere, insbesondere in demselben Spektralbereich angestellte Korrespondenzbeobachtungen vorliegen.

Neubabelsberg, 1914 Januar. *W. Zurhellen.*

Sur la longitude actuelle de la Lune. Par *Th. Banachiewicz.*

Le 4 Févr. 1914 une occultation des Pléiades a été observée à l'Observatoire Engelhardt dans des conditions favorables, sinon que la Lune ne passait que devant une extrémité de l'amas. Nous nous proposons ici d'en tirer parti pour les coordonnées de la Lune, avec le but principal de fournir quelques renseignements aux observateurs de l'éclipse prochaine du soleil.

Nous employons tous les 10 immersions au bord obscur, obtenues ici par M. *Gratschew* (au chronographe) et par moi (œil et oreille). Les détails en paraîtront ailleurs; remarquons seulement que, mes moments devançant en moyen de $0^s.3$ les moments enregistrés par M. *Gratschew*, nous avons appliqué la réduction $-0^s.3$, vraisemblable aussi a priori, à ces derniers, après quoi nous avons adopté la moyenne des deux temps d'observation. D'ailleurs les erreurs d'observations seront minimes en comparaison avec l'influence des irrégularités du bord lunaire. Le phénomène No. 5 ayant été très difficilement visible dans la lumière diffuse du champ de l'héliomètre, par lequel l'on a observé, nous avons supprimé notre moment, qui était $0^s.1$ plus tard que celui de l'autre observateur. Pour la longitude on a adopté $3^h 15^m 15^s.77$ E de Greenwich.

No.	Étoile	Immersion T. m. de Greenw.	Obs.	α_*	δ_* +
1	16 Taureau	$2^h 27^m 15^s.70$	G, B	$3^h 39^m 42^s.14$	24° $1'$ $22''.9$
2	19 Taureau	41 55.01	G, B	40 5.97	24 12 6.3
3	Wolf 72	43 20.76	G	40 0.44	23 59 51.5
4	Anon. 2	54 15.54	G	40 27.93	24 11 52.9
5	Anon. 4	59 30.34	G	40 31.47	24 4 13.9
6	20 Taureau	3 5 40.26	G, B	40 43.25	24 6 11.4
7	21 Taureau	9 7.93	G, B	40 47.73	24 17 24.8
8	22 Taureau	12 35.28	G, B	40 56.17	24 15 49.5
9	Anon. 12	46 40.59	G, B	41 52.58	24 15 27.1
10	Anon. 20	4 1 40.32	B	42 17.02	24 19 35.5

Les coordonnées des No. 1, 2, 6, 7, 8 sont d'après Amer. Ephem. 1914; les positions différentielles des autres étoiles, par rapport à η Taureau, ont été empruntées au catalogue de *Lagrula* (Trav. de l'Observatoire de Lyon, III) et les coordonnées absolues sont calculées avec la position d'η Taureau d'Amer. Ephem. Dans le calcul de la red. au lieu app. nous n'avons pas tenu compte de la quantité f'.

Les coordonnées $\alpha_☾$, $\delta_☾$ de la Lune et sa parallaxe ont été interpolées pour les moments d'observation d'après Amer. Ephem., sans y appliquer aucunes corrections. Nous employons dans les calculs les quantités bien connues de *Bessel*: p et q (coord. de la Lune), et u, v (coord. du lieu d'observ.). Avec $\varrho \cos\varphi' = [9.75037]$ et $\varrho \sin\varphi' = [9.91584]$ je trouve pour les moments adoptés, en mettant

$$r^2 = (p-u)^2 + (q-v)^2.$$

	p	q	$p-u$	$q-v$	r
1	−0.41541	+0.60742	−0.26605	+0.07586	0.27667
2	−0.38153	+0.44879	−0.26630	−0.07679	715
3	−0.34598	+0.67315	−0.23442	+0.14488	558
4	−0.36070	+0.48209	−0.27448	−0.04139	758
5	−0.32804	+0.63261	−0.25447	+0.10800	644
6	−0.32094	+0.61189	−0.26197	+0.08846	650
7	−0.30821	+0.41754	−0.25754	−0.10280	730
8	−0.31175	+0.45439	−0.26921	−0.06604	719
9	−0.23633	+0.54140	−0.27535	+0.02099	615
10	−0.20147	+0.50181	−0.27623	−0.01908	689

Nous adoptons pour le rayon linéaire de la Lune $k = 0.27248$; les équations de condition pour les corrections cherchées dp_0, dq_0 (que nous pouvons admettre constantes) sont de la forme

$$[(p-u)/r]\,dp_0 + [(q-v)/r]\,dq_0 = k-r. \qquad (1)$$

	dp_0	dq_0		C−O
1	−0.962 dp_0	+0.27 dq_0	$= -419 \times 10^{-5}$	C−O +16
2	−0.961	−0.28	= −467	» − 5
3	−0.851	+0.53	= −310	» − 9
4	−0.989	−0.15	= −510	» +42
5	−0.921	+0.39	= −396	» +27
6	−0.947	+0.32	= −402	» +13
7	−0.929	−0.37	= −482	» +13
8	−0.971	−0.24	= −471	» 0
9	−0.997	+0.08	= −367	» −75
10	−0.998	−0.07	= −441	» −21

Les équations normales sont

$$9.0920\,dp_0 - 0.3886\,dq_0 = +4076.6 \times 10^{-5}$$
$$-0.3886\,dp_0 + 0.9150\,dq_0 = -\ \ 60.3 \times 10^{-5}.$$

Elles donnent

$$dp_0 = +454 \times 10^{-5} \pm 12 \qquad dq_0 = +127 \times 10^{-5} \pm 36.$$

L'erreur moyenne d'une équation, d'après les résidus C−O, est $\pm 34 \times 10^{-5} = \pm 1''.13$. On en trouve

$$d\alpha_☾ \cos\delta_☾ = +15''.09 \pm 0''.39 \qquad d\delta_☾ = +4''.22 \pm 1''.19.$$

Si au lieu des coordonnées équatoriales on cherche la longitude de la Lune dans l'orbite et la latitude sur l'orbite (définie par $\alpha_☾$, $\delta_☾$, p', q'), on trouve, comme plus haut

$$dv = +15''.66 \pm 0''.51 \qquad db = +0''.24 \pm 1''.15.$$