ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
Band 198. Nr. 4748. 20.

Über die Mitführung des Lichtes in Glas und die Aberration. Von *Paul Harzer.*

1. Die durch die Beobachtungen festgestellte Unabhängigkeit der Aberration des Lichtes von der Bewegung optischer Mittel, die durch Reflexion oder Brechung seine Richtung auf der Erde ändern, ist von *Fresnel* mit der Annahme erklärt worden, daß sich die Bewegung der Mittel durch den Faktor $k < 1$, den Mitführungskoeffizienten, vermindert auf die Bewegung des Lichtes übertrage und daß k mit dem auf das Vakuum bezogenen Brechungsexponenten ν des ruhenden Mittels durch die Gleichung $k = 1 - 1/\nu^2$ verbunden sei. Die Mitführung des Lichtes ist deshalb von großer Bedeutung für die Astronomie. Nach der elektromagnetischen Lichttheorie und auch nach dem *Einstein*schen Relativitätsprinzipe wird aber der Wert von k für Licht von der im ruhenden Mittel gemessenen Wellenlänge λ durch die Formel $k = 1 - 1/\nu^2 - (\lambda/\nu)\,(\partial\nu/\partial\lambda)$ bestimmt, bei der die Aberration von der Bewegung der Mittel, wennschon in nur geringem Grade, abhängig wird. Die Frage, ob diese Formel richtig sei, begründet auch für die Physik eine besondere Bedeutung der Mitführung des Lichtes. Experimentelle Untersuchungen über die Mitführung sind deshalb sehr wichtig. Sie sind zuerst 1851 von *Fizeau* und 1881 und 1886 von den Herren *Michelson* und *Morley* an fließendem Wasser angestellt worden, und aus den letzten, genauesten Beobachtungen hat sich der Wert $k = 0.434$ ergeben, der besonders mit dem ersten der nach den beiden Formeln erlangten Werte — 0.438 und 0.451 — gut übereinstimmt. An einem festen Mittel und zugleich an einem von größerem Brechungsexponenten, als dem Wasser zukommt, nämlich an Glas, ist die Mitführung erst 1912 von Herrn *Harress* in seiner Jenaer Inauguraldissertation »Die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern« untersucht worden, und die Beobachtungen ergaben ihm für grünes und rotes Licht die Werte $k = 0.412$ und 0.433[1]), die mit den Werten nach den Formeln — 0.598 und 0.595 nach der ersten, 0.621 und 0.612 nach der zweiten Formel — ganz unvereinbar waren. Eine Prüfung der Bearbeitung der Beobachtungen hat mir aber gezeigt, daß sie verfehlt ist; das geht schon daraus hervor, daß dabei keine Rücksicht auf die Veränderungen genommen wird, die die Gestalt eines Strahles in dem bewegten Mittel unter dem Einflusse der Mitführung erleidet. Nach einer vermutlich ausreichenden Näherungsrechnung ergeben mir die Beobachtungen mit Rücksicht auf diesen Einfluß die Werte $k = 0.580$ und 0.596.

Die Wichtigkeit des Gegenstandes scheint mir eine Darlegung meiner Berechnung, für die ich die theoretischen Formeln erst abzuleiten hatte, zu rechtfertigen. Ich teile die gewonnenen Formeln um so mehr mit, als sie künftig auch an anderer Stelle nützlich sein können. Der theoretischen Darlegung muß eine Skizzierung des von Herrn *Harress* benutzten, sinnreich konstruierten Apparates vorausgehen. Der Apparat besteht in seinem Hauptteile, dem Prismenpolygone, aus zehn dicht aneinander gepaßten Glasprismen, die mit ebenen Seitenflächen senkrecht auf einer gemeinsamen ebenen Grundplatte aufstehen und zusammen einen geschlossenen Ring von annähernd kreisförmiger Gestalt bilden. Der Apparat ermöglicht den folgenden Gang eines Bündels von Lichtstrahlen, die untereinander und zur Ebene der Grundplatte parallel sind: Das Bündel wird durch ein zum Glasringe zentrisches gläsernes Mittelstück in zwei Teilbündel zerspaltet; die beiden Teilbündel dringen durch eine innere Seitenfläche unter senkrechtem Einfalle in den Glasring ein und werden in ihm durch einen einspringenden Winkel zweier äußerer Seitenflächen in totaler Reflexion rechtwinklig und entgegengesetzt zueinander abgelenkt; sie durcheilen, jedes noch elfmal an den äußeren Seitenflächen total reflektiert, den Glasring in entgegengesetzten Richtungen auf symmetrischen Wegen und treten aus ihm senkrecht durch die Eintrittsfläche nach innen wieder aus; sie werden dann durch das Mittelstück wieder vereinigt und dem Beobachtungsorte zugeführt. Der Apparat wird um eine zur Grundplatte senkrechte, zum Glasringe zentrische Achse in sehr schnelle Rotation versetzt, durch die sich der Glasring wesentlich in sich selbst dreht. Die durch die Rotation bewirkte Verschiebung der Interferenzstreifen der beiden Teilbündel gegeneinander in Einheiten der »Streifenbreite« ist gleich der entsprechenden Veränderung der Phasendifferenz der beiden Teilbündel. Da diese Veränderung in einer noch zu ermittelnden Weise von dem Werte von k abhängt, gelangt man durch die Beobachtung der Verschiebung zur Kenntnis des Wertes von k.

Der Fehler, den Herr *Harress* bei seiner Bearbeitung der Beobachtungen begeht, liegt darin, daß er annimmt (S. 18), daß die »Strecke innerhalb des Mediums« des rotierenden Glasringes für je einen Strahl der beiden Teilbündel gleich groß sei — und zwar nimmt er die »Strecke« so an, wie sie sich für die geradlinigen Strahlen im ruhenden Mittel ergeben — und daß er »die Zeiten, welche das Licht zum Durchlaufen der Strecke innerhalb des Mediums braucht« dadurch ableitet, daß er die für beide Strahlen gleich angenommenen Strecken, also relative Wege des Lichtes im rotierenden Mittel, mit der durch die Mitführung veränderten absoluten Geschwindigkeit des Lichtes dividiert. Daß dieses Verfahren fehlerhaft ist, läßt sich sehr leicht schon an dem einfachen, für den Apparat vorbildlichen, strenge allerdings nicht zu verwirklichenden idealen Falle erkennen, daß die Strahlen in einem rotierenden Mittel durch unendlich viele Reflexionen genau in geschlossenen Kreisbahnen um die zentrische Rotationsachse herumgewickelt würden. In diesem idealen Falle werden die »Strecken« in der Tat gleich lang,

[1]) Diese Zahl ist durch einen Rechenfehler entstellt; sie muß 0.404 lauten; der Fehler ist durch den Faktor 0.62917 (S. 60) entstanden, dessen Logarithmus anscheinend irrtümlich um drei Einheiten der zweiten Dezimale zu groß angenommen worden ist.

sie sind aber, um die »Zeiten« zu erlangen, nicht mit der veränderten absoluten, sondern relativen Geschwindigkeit des Lichtes im rotierenden Mittel zu dividieren. An die Stelle der in dem Ausdrucke für die absolute Geschwindigkeit stehenden Größe k tritt aber in der relativen Geschwindigkeit die Größe $k-1$ und, da das Vorzeichen in den Beobachtungen nicht zum Ausdrucke kommt, so wird hier die Phasendifferenz, die bei der fehlerhaften Deutung proportional k wird, bei der richtigen Deutung proportional $1-k$. Insofern dieser ideale Fall auch für den vorliegenden wirklichen Fall als maßgebend betrachtet werden dürfte, wären also die von Herrn *Harress* abgeleiteten Werte nicht als die von k, sondern als die von $1-k$ zu deuten. In der Tat bringt dieses in seiner Berechtigung allerdings ganz zweifelhafte Verfahren die von Herrn *Harress* angegebenen Werte den theoretischen Werten in befriedigender Weise nahe. Die richtige Behandlung der Beobachtungen erfordert aber eine Untersuchung der Veränderungen, die ein rotierendes Mittel an einem Strahle bewirkt, und diese Untersuchung wollen wir vornehmen, indem wir uns auf ein homogenes, mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotierendes Mittel und auf Strahlen beschränken, die in einer zur Rotationsachse senkrechten Ebene liegen.

2. Wir nehmen den Schnittpunkt R der Rotationsachse mit dieser Ebene als Anfangspunkt der in der Ebene liegenden rechtwinkligen festen Achsen x, y. Die Rotation erfolgt von der positiven x-Achse nach der positiven y-Achse. Von dem durch die Koordinaten $x = p$, $y = 0$ bestimmten Punkte P gehe zur Zeit $t = 0$ ein Lichtstrahl in der Richtung der positiven y-Achse aus. Die Gestalt dieses Strahles, der in einem mit der Geschwindigkeit ω rotierenden Mittel mitgeführt wird, ergibt sich als Funktion der Zeit t durch die Integration der Gleichungen

$$\frac{dx}{dt} = -k\omega y \qquad \frac{dy}{dt} = v + k\omega x.$$

Ferner führen wir ein zweites, an der Rotation des Mittels teilnehmendes, rechtwinkliges Achsensystem ξ, η ein, das mit x, y den Anfangspunkt R, die Ebene und die Orientierung der beiden Achsen gegeneinander gemeinsam hat. Die ξ-Achse sei für $t = 0$ gegen die x-Achse nach der y-Achse zu um den Winkel $\frac{1}{2}\pi - a$, für eine beliebige Zeit t also um $\frac{1}{2}\pi - a + \omega t$ geneigt. Die auf die beiden Systeme bezogenen Koordinaten sind dann durch die Gleichungen

$$\xi = +x\sin(a-\omega t) + y\cos(a-\omega t)$$
$$\eta = -x\cos(a-\omega t) + y\sin(a-\omega t)$$

verbunden, und dementsprechend gelten für den mitgeführten Strahl die Formeln

$$\frac{d\xi}{dt} = v\cos(a-\omega t) + (1-k)\,\omega\,\eta$$
$$\frac{d\eta}{dt} = v\sin(a-\omega t) - (1-k)\,\omega\,\xi.$$

Die Integrale der beiden vorliegenden Gleichungspaare ergeben sich mit Rücksicht auf den bezeichneten Anfangszustand in der folgenden Form

$$x = -\frac{v}{k\omega} + \left(\frac{v}{k\omega} + p\right)\cos k\omega t$$
$$y = \left(\frac{v}{k\omega} + p\right)\sin k\omega t$$
$$\xi = \frac{2v}{k\omega}\sin\tfrac{1}{2}k\omega t\cos[a-(1-\tfrac{1}{2}k)\omega t] + p\sin[a-(1-k)\omega t]$$
$$\eta = \frac{2v}{k\omega}\sin\tfrac{1}{2}k\omega t\sin[a-(1-\tfrac{1}{2}k)\omega t] - p\cos[a-(1-k)\omega t].$$

Der mitgeführte Strahl hat hiernach, soweit er in dem rotierenden Mittel liegt, im Raume gerechnet, die Gestalt eines Kreises, der gegen die Rotationsachse konkav oder konvex ist, je nachdem die Richtung des Strahles und die Rotation in gleichem oder entgegengesetztem Sinne gehen.

Den praktisch zu verwirklichenden Fällen entsprechend nehmen wir an, daß nur Glieder ersten Grades in ω berücksichtigt zu werden brauchen. Dann ergibt sich in ausreichender Näherung

$$x = p - \tfrac{1}{2}k\omega v t^2 \qquad y = (v + k\omega p)\,t$$
$$\xi = +p\sin a + [v-(1-k)\,\omega p]\cos a\cdot t + (1-\tfrac{1}{2}k)\,\omega v\sin a\cdot t^2$$
$$\eta = -p\cos a + [v-(1-k)\,\omega p]\sin a\cdot t - (1-\tfrac{1}{2}k)\,\omega v\cos a\cdot t^2.$$

Der von P ausgehende Strahl treffe nun eine ebene Fläche F des rotierenden Mittels, die zur xy-Ebene senkrecht liegt und sie in der Schnittlinie S schneidet. Wir lassen die ξ-Achse mit der Normalen von R auf die Linie S zusammenfallen. Ist der Abstand der Fläche von der Rotationsachse gleich n, so ist die Gleichung der Schnittlinie S: $\xi = n$, und wenn man für ξ die Koordinate des mitgeführten Strahles als Funktion der Zeit einsetzt, so ergibt sich der Wert der Zeit t, zu dem der mitgeführte Strahl die rotierende Fläche F erreicht; das geschehe im Treffpunkte T. Für die einfachere Darstellung des Wertes von t führen wir die speziellen Werte q, m ein, die y, η annehmen würden, wenn das Mittel in seiner Lage für die Zeit $t = 0$ beharrte und infolgedessen der Strahl ungestört bliebe. Den bezeichneten speziellen Werten gehören dann die Werte p, n von x, ξ zu, und folglich gelten die Gleichungen

$$n = +p\sin a + q\cos a \qquad m = -p\cos a + q\sin a$$

oder $\quad p = -m\cos a + n\sin a \qquad q = +m\sin a + n\cos a.$

Die Gleichung $\xi = n$ liefert dann den folgenden Wert von t

$$t = \frac{q}{v}\left[1 + (1-k)\,\omega\frac{p}{v} - (1-\tfrac{1}{2}k)\,\omega\,\frac{q}{v}\,\mathrm{tg}\,a\right]$$
$$= \frac{q}{v}\left[1 - \omega\frac{m}{v\cos a} - \tfrac{1}{2}k\omega\left(\frac{p}{v} - \frac{m}{v\cos a}\right)\right].$$

Mit diesem Werte von t findet man die η-Koordinate des Treffpunktes T, also dessen in der Schnittlinie im Sinne der Rotation gemessenen Abstand von dem Fußpunkte der Normalen von R auf F nach der Formel $\eta = \mu$, wobei zur Abkürzung

$$\mu = m - (1-\tfrac{1}{2}k)\,\omega\frac{q^2}{v\cos a}$$

gesetzt worden ist.

Wir untersuchen nun die Richtung des mitgeführten Strahles im Treffpunkte T; dabei wollen wir aber auch den ungestörten Strahl und überdies den relativen Strahl betrachten, der aus dem mitgeführten absoluten Strahle durch die Transformation von den festen Achsen x, y auf die beweglichen Achsen ξ, η entsteht, und dem die mit der Aberration behaftete Richtung zugehört. Wir halten also die ξ-Achse in ihrer Stellung zur Zeit t des Eintreffens des mitgeführten Strahles auf der Fläche F im Treffpunkte T fest; der ungestörte Strahl trifft diese ruhende Fläche mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel $\beta = a - \omega t = a - \omega q/v$ gegen das Einfallslot; für den mitgeführten Strahl bezeichnen wir die Geschwindigkeit mit u, den Einfallswinkel mit α; dann ist strenge

$$u \cos\alpha = +\frac{dx}{dt}\sin\beta + \frac{dy}{dt}\cos\beta = v\cos\beta - k\,\omega\,\eta$$

$$u \sin\alpha = -\frac{dx}{dt}\cos\beta + \frac{dy}{dt}\sin\beta = v\sin\beta + k\,\omega\,\xi\,.$$

Die hierin vorkommenden Größen ξ, η, $d\xi/dt$, $d\eta/dt$ sind für die Zeit t zu bilden, und deshalb ist für den Punkt T strenge und genähert

$$u\cos\alpha = v\cos\beta - k\,\omega\,\mu \qquad u\sin\alpha = v\sin\beta + k\,\omega\,n$$

$$u = v + k\,\omega\,p \qquad \alpha = \beta + k\,\omega\frac{q}{v} = a - (1-k)\,\omega\frac{q}{v}\,.$$

Für den durch die Aberration veränderten Strahl sei die Geschwindigkeit gleich w, der Einfallswinkel gleich γ; dann ist

$$w\cos\gamma = \frac{d\xi}{dt} = v\cos\beta + (1-k)\,\omega\,\eta$$

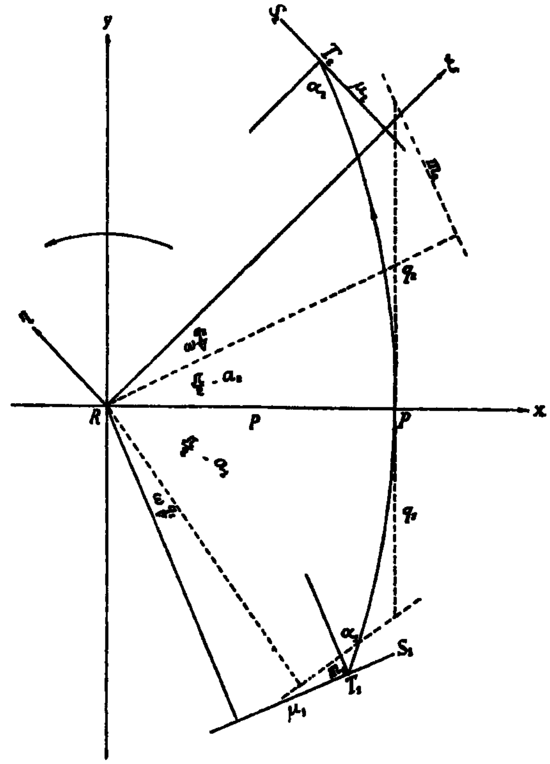
$$w\sin\gamma = \frac{d\eta}{dt} = v\sin\beta - (1-k)\,\omega\,\xi\,.$$

Auch hierin sind die Werte der Größen ξ, η, $d\xi/dt$, $d\eta/dt$ für die Zeit t zu bilden; es ergibt sich also für den Punkt T strenge und genähert

$$w\cos\gamma = v\cos\beta + (1-k)\,\omega\,\mu$$
$$w\sin\gamma = v\sin\beta - (1-k)\,\omega\,n$$
$$w = v - (1-k)\,\omega\,p$$

$$\gamma = \beta - (1-k)\,\omega\frac{q}{v} = a - 2\,(1 - {}^1\!/_2 k)\,\omega\frac{q}{v} = \alpha - \omega\frac{q}{v}\,.$$

Wir verfolgen nun den betrachteten Strahl rückwärts über den Punkt P hinaus für negative Werte von y und t, und zwar bis zu dem Ausgangspunkte von einer anderen ebenen zur xy-Ebene senkrechten Fläche F des rotierenden Mittels. Die bereits angestellte Betrachtung gilt dann ohne weiteres, wenn man nur den Bewegungssinn des Strahles und den der Rotation ändert. Da der Vorgang aber offenbar umkehrbar ist, so können wir die gewonnenen Formeln auch für die im Sinne beibehaltene Bewegung gelten lassen und den für negative Werte von y geltenden Teil des Strahles unter Berücksichtigung der veränderten Maße als das an der x-Achse gespiegelte Bild des für positive Werte von y geltenden Teiles des Strahles auffassen; nur ist es zweckmäßig, den positiven Sinn der Zählung der η-Koordinaten, der durch die Spiegelung umgekehrt werden würde, aufrecht zu erhalten, und dann müssen bei der Übertragung der Formeln auf die neue Fläche die Vorzeichen aller η-Koordinaten umgekehrt werden. Wir wollen die beiden durch die x-Achse getrennten Teile desselben Strahles durch die der Zeit nach verteilten Indices 1, 2 unterscheiden; dann erhalten die bisher aufgestellten Formeln sämtlich den Index 2. Wir geben nun eine die Verhältnisse und den positiven Sinn der Zählung der Größen kenntlich machende Figur und stellen die folgenden Ergebnisse zusammen:



Für den ungestörten Strahl gelten die Formeln

$$p_1\cos a_1 - q_1\sin a_1 = +m_1 \qquad p_1\sin a_1 + q_1\cos a_1 = n_1$$
$$p_2\cos a_2 - q_2\sin a_2 = -m_2 \qquad p_2\sin a_2 + q_2\cos a_2 = n_2$$
$$p_1 = p_2 \qquad a_1 + a_2 = b = b_1 = b_2\,.$$

Dabei ist b der unveränderliche Neigungswinkel der beiden Flächen F_1, F_2 gegeneinander.

Zur Abkürzung sei

$$A_\alpha = \omega\frac{q_\alpha}{v_\alpha} \qquad M_\alpha = \omega\frac{q_\alpha^2}{v_\alpha\cos a_\alpha} \qquad \alpha = 1, 2\,.$$
$$R_\alpha = \omega\frac{m_\alpha q_\alpha}{v_\alpha\cos a_\alpha} \qquad S_\alpha = \omega\frac{p_\alpha q_\alpha}{v_\alpha}$$

Wir haben hierin der Größe v gleichfalls den Index beigeschrieben; da wir nämlich die Größen A_α, M_α, R_α, S_α später für verschiedene Mittel gebrauchen, sollen immer diejenigen Werte von v_α angenommen werden, die dem jeweilig betrachteten Mittel zugehören. Mit diesen Abkürzungen gelten dann die Formeln

$$t_1 = (1/v_1)\,[q_1 + R_1 - {}^1\!/_2 k\,(R_1 + S_1)]$$
$$\mu_1 = m_1 + M_1 - {}^1\!/_2 k\,M_1$$
$$\alpha_1 = a_1 - A_1 + k\,A_1$$
$$t_2 = (1/v_2)\,[q_2 - R_2 - {}^1\!/_2 k\,(-R_2 + S_2)]$$
$$\mu_2 = m_2 - M_2 + {}^1\!/_2 k\,M_2$$
$$\alpha_2 = a_2 - A_2 + k\,A_2 \qquad v_1 = v_2\,.$$

3. Die auf den ungestörten Strahl bezüglichen Größen p, q, m, a sind aber selbst noch mit dem Einflusse der Rotation behaftet. Das Mittel ist nämlich auch vor der Zeit $t = 0$ in Bewegung gewesen, und der betrachtete Strahl hat dadurch auf früheren Wegen Veränderungen erlitten. Wir nehmen an, daß die Größen p, q, m, a die Werte $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{m}, \mathfrak{a}$ angenommen haben würden, wenn das Mittel vor der Zeit $t = 0$ in Ruhe gewesen wäre. Aus den beiden Unterschieden

$$\delta a_1 = a_1 - \mathfrak{a}_1 \qquad \delta m_1 = m_1 - \mathfrak{m}_1$$

ergeben sich die Unterschiede der übrigen Größen aus den Gleichungen

$$\mathfrak{p}_1 \cos\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{q}_1 \sin\mathfrak{a}_1 = +\mathfrak{m}_1 \quad \mathfrak{p}_1 \sin\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{q}_1 \cos\mathfrak{a}_1 = n_1$$
$$\mathfrak{p}_2 \cos\mathfrak{a}_2 - \mathfrak{q}_2 \sin\mathfrak{a}_2 = -\mathfrak{m}_2 \quad \mathfrak{p}_2 \sin\mathfrak{a}_2 + \mathfrak{q}_2 \cos\mathfrak{a}_2 = n_2$$
$$\mathfrak{p}_1 = \mathfrak{p}_2 \qquad \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2 = b = b_1 = b_2$$

in denen die Größen $n_1, n_2, b_1 = b_2$ ihre unveränderlichen Werte behalten haben. Und zwar gelten die folgenden durch die Variation leicht zu erlangenden Formeln

$$\delta p_1 = \delta p_2 = p_1 - \mathfrak{p}_1 = p_2 - \mathfrak{p}_2 = q_1\,\delta a_1 + \cos a_1\,\delta m_1$$
$$\delta q_1 = q_1 - \mathfrak{q}_1 = -p_1\,\delta a_1 - \sin a_1\,\delta m_1$$
$$\delta q_2 = q_2 - \mathfrak{q}_2 = [p_1 - (q_1+q_2)\operatorname{tg} a_2]\,\delta a_1 - \cos a_1 \operatorname{tg} a_2\,\delta m_1$$
$$\delta q_1 + \delta q_2 = -(q_1+q_2)\operatorname{tg} a_2\,\delta a_1 - \sin b \sec a_2\,\delta m_1$$
$$\delta m_2 = m_2 - \mathfrak{m}_2 = -(q_1+q_2)\sec a_2\,\delta a_1 - \cos a_1 \sec a_2\,\delta m_1$$
$$\delta a_2 = a_2 - \mathfrak{a}_2 = -\delta a_1 .$$

Hiernach wird der vollständige Einfluß der Rotation auf die Vorgänge zwischen den beiden Flächen F_1, F_2 durch die folgenden Formeln gegeben

$$\delta t_1 = (1/v_1)\,[\delta q_1 + R_1 - {}^1\!/_2 k\,(R_1 + S_1)]$$
$$\delta\mu_1 = \delta m_1 + M_1 - {}^1\!/_2 k\, M_1$$
$$\delta\alpha_1 = \delta a_1 - A_1 + k\,A_1$$
$$\delta t_2 = (1/v_2)\,[\delta q_2 - R_2 - {}^1\!/_2 k\,(-R_2 + S_2)]$$
$$\delta\mu_2 = \delta m_2 - M_2 + {}^1\!/_2 k\, M_2$$
$$\delta\alpha_2 = \delta a_2 - A_2 + k\,A_2 \qquad v_1 = v_2 .$$

Der von der Fläche F_1 ausgehende Strahl ist nun entweder durch Reflexion oder durch Brechung an dieser Fläche entstanden, und wir haben zu untersuchen, wie der vor dieser Änderung liegende Teil des Strahles, den wir durch den Index 0 bezeichnen wollen, mit dem durch den Index 1 kenntlich gemachten Teile zusammenhängt.

Wir behalten für den mitgeführten, für den ungestörten und für den relativen Strahl die Bezeichnung der Geschwindigkeiten u, v, w bei und nennen φ, χ, ψ die Cosinus der Winkel, die die Strahlen in der genannten Reihenfolge mit einer beliebigen im Raume festen Richtung bilden. Für den Treffpunkt T bezeichnen wir die Geschwindigkeit mit c, den Cosinus mit $\varkappa$; für die Normale zur Fläche F sei der Cosinus gleich f. Nach der *Fresnel*schen Hypothese wird dann die Veränderung des Strahles in T durch die Gleichungen

$$\frac{\chi_0}{w_0} - \frac{\chi_1}{w_1} = f\mathfrak{J}$$

bestimmt, und zwar hat man sich diese Gleichung für drei zueinander senkrechte Richtungen gebildet zu denken und für alle drei Gleichungen denselben Wert von $\mathfrak{J}$ anzunehmen. Die Geschwindigkeiten des ungestörten Strahles sind mit Hilfe der auf das Vakuum bezogenen Brechungsexponenten ν_0, ν_1 an die Gleichung

$$\nu_0 v_0 = \nu_1 v_1$$

gebunden. Für die Reflexion ist $\nu_0 + \nu_1 = 0$ anzunehmen. Da nun aber die für den vorliegenden Fall bereits aufgestellten Beziehungen zwischen den drei Strahlen ganz allgemein die Gestalt

$$w_\alpha \psi_\alpha = v_\alpha \chi_\alpha - (1 - k_\alpha)\, c\varkappa \qquad \alpha = 0, 1$$

haben, so geht die Veränderungsgleichung in die folgende über:

$$\frac{\psi_0}{v_0} - \frac{\psi_1}{v_1} = f\mathfrak{J} - \frac{\varkappa}{\varrho}.$$

Zur Abkürzung haben wir dabei gesetzt

$$\frac{1}{\varrho} = \left(\frac{1-k_0}{v_0 w_0} - \frac{1-k_1}{v_1 w_1}\right) c .$$

Soll durch die Veränderung des Strahles die Aberration nicht geändert werden, wie das die Erfahrung verlangt, so muß der Wert von v/ϱ wenigstens in den Gliedern des ersten Grades von c/v verschwinden und mit Rücksicht darauf, daß im Vakuum die Werte $\nu = 1$, $k = 0$ gelten, muß allgemein die Beziehung

$$\nu_\alpha^2 (1 - k_\alpha) = 1$$

angenommen werden. Wir verlegen die Richtung, nach der wir die Cosinus bilden, in die Schnittlinie der durch den Strahl und die Normale gelegten Ebene mit der Fläche F. Dann wird $f = 0$ und bei Wiederbenutzung früherer Bezeichnungen sind φ, χ, ψ, abgesehen vom Vorzeichen, durch $\sin\alpha$, $\sin\beta$, $\sin\gamma$ zu ersetzen. Rechnet man in der üblichen Weise die Einfallswinkel α, β, γ für die beiden Strahlen stets gegen die in dem Mittel liegende Normale, so nimmt die Veränderungsgleichung die folgende Gestalt an:

$$\frac{\sin\gamma_0}{v_0} = \frac{\sin\gamma_1}{v_1}$$

und es wird allgemein $\nu_0 v_0 = \nu_1 v_1$ und im besonderen ist für die Reflexion $v_0 = v_1$ anzunehmen.

Wenn man es dahingestellt sein lassen will, ob die Beziehung $k_\alpha = 1 - 1/\nu_\alpha^2$ richtig ist, so hat man, wenigstens für die Brechung — nicht auch für die davon nicht betroffene Reflexion — zwischen den beiden Formen der Veränderungsgleichung zu wählen. Wenn wir uns hier für die zweite Form entschieden haben, so bleiben wir damit in Übereinstimmung mit dem direkten Beobachtungsergebnisse, daß die Aberration eines an einem bewegten Mittel veränderten Strahles von der Bewegung des Mittels nicht abhänge.

Bei der Benutzung der gewonnenen Ergebnisse für unseren speziellen Fall, bei dem es sich um Glas und Luft als Mittel handelt, wollen wir unter v die Geschwindigkeit des Lichts in ruhendem Glase und unter $\nu > 1$ den Brechungsexponenten bei dem Übergange von dem Vakuum (Luft) in Glas verstehen; dann ist $v_0/v_1 = \nu$ oder $v_0/v_1 = 1/\nu$, je nachdem der Strahl aus Luft in Glas oder aus Glas in Luft übergeht. Den Mitführungskoeffizienten im Glase bezeichnen wir mit k, für die Luft betrachten wir ihn als verschwindend.

Bei der Anpassung der allgemeinen Formeln an den speziellen Fall erinnern wir uns daran, daß die Größen A, M, R, S dem Werte von v für das betreffende Mittel umgekehrt proportional sind; diese Größen enthalten also $\mathfrak{v}\,v$ oder v als Divisor, je nachdem sie sich auf Luft oder Glas beziehen. Für die Reflexion, die nur in Glas erfolgt, wird dann

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= \alpha_0 - A_0 = a_0 - 2A_0 + k\,A_0 \\ = \gamma_1 &= \alpha_1 - A_1 = a_1 - 2A_1 + k\,A_1\,.\end{aligned}$$

Für den Einfluß der Rotation auf die Werte der Größen a_0, a_1 erhalten wir also die Formel

$$\delta a_1 = \delta a_0 - 2(A_0 - A_1) + k\,(A_0 - A_1)\,.$$

Bei der Brechung ist für den Übergang aus Luft in Glas

$$\sin\gamma_0 = \sin(a_0 - 2A_0) = \mathfrak{v}\sin\gamma_1 = \mathfrak{v}\sin(a_1 - 2A_1 + k\,A_1)\,.$$

Daraus folgt

$$\delta a_1 = \frac{\cos a_0}{\sqrt{(\mathfrak{v}^2 - \sin^2 a_0)}}\,\delta a_0 - 2\left(\frac{\cos a_0}{\sqrt{(\mathfrak{v}^2 - \sin^2 a_0)}}A_0 - A_1\right) - k\,A_1\,.$$

Für den Übergang aus Glas in Luft wird aber

$$\sin\gamma_0 = \sin(a_0 - 2A_0 + k\,A_0) = \frac{1}{\mathfrak{v}}\sin\gamma_1 = \frac{1}{\mathfrak{v}}\sin(a_1 - 2A_1)$$

also

$$\delta a_1 = \frac{\mathfrak{v}\cos a_0}{\sqrt{(1 - \mathfrak{v}^2\sin^2 a_0)}}\,\delta a_0 - 2\left(\frac{\mathfrak{v}\cos a_0}{\sqrt{(1 - \mathfrak{v}^2\sin^2 a_0)}}A_0 - A_1\right) + k\,\frac{\mathfrak{v}\cos a_0}{\sqrt{(1 - \mathfrak{v}^2\sin^2 a_0)}}A_0\,.$$

Bei beiden Fällen, bei der Reflexion wie bei der Brechung, müssen ferner die Werte von μ für die beiden Strahlen untereinander übereinstimmen; daraus folgt für die Reflexion in Glas

$$\mu_0 = m_0 - M_0 + {}^1\!/_2 k\,M_0 = \mu_1 = m_1 + M_1 - {}^1\!/_2 k\,M_1$$

oder $\quad \delta m_1 = \delta m_0 - (M_0 + M_1) + {}^1\!/_2 k\,(M_0 + M_1)\,.$

Für die Brechung wird analog bei dem Übergang aus Luft in Glas

$$\delta m_1 = \delta m_0 - (M_0 + M_1) + {}^1\!/_2 k\,M_1$$

und bei dem Übergange von Glas in Luft

$$\delta m_1 = \delta m_0 - (M_0 + M_1) + {}^1\!/_2 k\,M_0\,.$$

Bei dem Eintritte des Strahles in den Glasring ist $\delta a_0 = \delta m_0 = 0$ anzunehmen; man erhält dann durch die zuletzt angeführten Formeln die Werte von δa_1, δm_1, und mit ihnen findet man für den ersten Weg des Strahles zwischen zwei Flächen F nach den Formeln auf Seite 383 der Reihe nach die Werte der Größen $\delta q_1 + \delta q_2$, δa_2, δm_2, $\delta t_1 + \delta t_2$, $\delta\alpha_1$, $\delta\mu_1$, $\delta\alpha_2$, $\delta\mu_2$; die so erlangten Werte der Größen, δa_2, δm_2, betrachtet man als Ausgangswerte δa_0, δm_0 für den zweiten Weg des Strahles, und in dieser Weise verfolgt man den Strahl bis zum Austritte aus dem Glasringe. Da die aufgestellten Formeln sämtlich lineare Funktionen von k sind, kann man die numerische Rechnung für die von k freien und für die mit $(-k)$ multiplizierten Teile besonders ausführen und somit auch die Summe der Werte $\delta t_1 + \delta t_2$ und den Einfluß $\delta\varphi$ der Rotation auf die Phasendifferenz zweier symmetrischer Strahlen, die den Glasring auf entgegengesetzten Wegen durchwandert haben, mit der Wellenlänge λ des benutzten Lichtes im ruhenden Glase, nach der Formel

$$\delta\varphi = 2\frac{v}{\lambda}\sum(\delta t_1 + \delta t_2)$$

als lineare Funktion von k ermitteln und durch die Vergleichung mit den Beobachtungen den Wert von k bestimmen. Es möge erwähnt werden, daß die Teile von $\delta\varphi$ dem Ausdrucke $v\lambda$ in dem betreffenden Mittel umgekehrt proportional sind, und daß sie, von diesem Ausdrucke abgesehen, nur von den geometrischen Dimensionen des Apparates, von Längen und Winkeln, abhängen.

4. Nach den entwickelten Formeln berechnen wir die Beobachtungen. Als Einheiten nehmen wir das Zentimeter und die Sekunde mittlerer Zeit. Für den Glasring ist schweres Barium-Silikat-Kronglas verwendet worden, für das drei Werte des Brechungsexponenten, entsprechend den drei für das Vakuum geltenden Wellenlängen $\lambda_0 = 4869$, 5893, 6578 mal 10^{-8}, mitgeteilt werden (S. 23). Diese drei Werte stelle ich durch die Formel

$$\begin{aligned}\mathfrak{v} = (0.192819) &+ (9.685402{-}20)\,(1/\lambda_0^2) \\ &+ (9.772840{-}30)\,(1/\lambda_0^4)\end{aligned}$$

dar. Die Beobachtungen beziehen sich nun nicht auf einfarbiges Licht, sondern auf gewisse Bereiche von Wellenlängen, die durch gefärbte Gläser als Lichtfilter hergestellt wurden. Es ist ein grünes Bereich mit den Grenzen $\lambda_0 = 510{-}560$ mal 10^{-7} und ein rotes Bereich mit den Grenzen $\lambda_0 = 608{-}640$ mal 10^{-7} benutzt worden. Für diese Bereiche sind die Mittelwerte der für die Rechnung erforderlichen Größen $1/\mathfrak{v}^2$, $1/(v\lambda)$, $(\lambda/\mathfrak{v})\,(\partial\mathfrak{v}/\partial\lambda)$ zu bilden. Dabei sind die für das Glas geltenden Größen v, λ mit den für das Vakuum geltenden Größen v_0, λ_0 durch die Formeln

$$v_0 = \mathfrak{v}\,v \qquad \lambda_0 = \mathfrak{v}\,\lambda$$

verbunden. Wir bezeichnen die Grenzen der Bereiche von λ_0 mit λ_0', λ_0'' und setzen

$$l_0 = {}^1\!/_2(\lambda_0' + \lambda_0'') \qquad \lambda_0 = l_0\,(1 + \varepsilon)\,.$$

Dann werden die Grenzen von ε durch den positiven und negativen Wert der Größe

$$e_0 = \frac{\lambda_0' - \lambda_0''}{\lambda_0' + \lambda_0''}$$

dargestellt und den Mittelwert einer Funktion F von λ_0 oder ε erlangt man dann nach der Formel

$$\mathfrak{M}\,(F) = \frac{1}{2e_0}\int_{-e_0}^{+e_0} F\,d\varepsilon$$

indem man die Funktion F als Potenzreihe nach ε entwickelt. Wir begnügen uns bei dieser Entwicklung mit den in ε^2 multiplizierten Gliedern. Dann wird

$$\mathfrak{v} = n_0\,(1 - e_1\,\varepsilon + e_2\,\varepsilon^2)\,.$$

Dabei ist zur Abkürzung gesetzt worden

$$\begin{aligned}n_0 &= (0.192819) + (9.685402{-}20)\,(1/l_0^2) \\ &\qquad + (9.772840{-}30)\,(1/l_0^4) \\ e_1\,n_0 &= (9.986432{-}20)\,(1/l_0^2) + (10.374900{-}30)\,(1/l_0^4) \\ e_2\,n_0 &= (10.162523{-}20)\,(1/l_0^2) + (10.772840{-}30)\,(1/l_0^4)\,.\end{aligned}$$

Und hieraus findet man nach den Formeln

$$\mathfrak{M}\left(\frac{1}{v^2}\right) = \frac{1}{n_0^2}\left(1 + \frac{3e_1^2 - 2e_2}{3}e_0^2\right)$$

$$\mathfrak{M}\left(\frac{1}{v\lambda}\right) = \frac{n_0^2}{v_0 l_0}\left(1 + \frac{(1+e_1)^2 + 2e_2}{3}e_0^2\right)$$

$$\mathfrak{M}\left(\frac{\lambda}{v}\frac{\partial v}{\partial \lambda}\right) = -e_1$$

mit dem Werte $\log v_0 = 10.47692$ die Zahlen

	Grünes Licht	Rotes Licht
$\log\mathfrak{M}\left(\frac{1}{v^2}\right)$	9.60455	9.60723
$\log\mathfrak{M}\left(\frac{1}{v\lambda}\right)$	4.19050	4.12076
$\log\mathfrak{M}\left(\frac{\lambda}{v}\frac{\partial v}{\partial\lambda}\right)$	8.36763_n	8.22614_n

Bei der Berechnung der Phasendifferenz für das Prismenpolygon wollen wir uns auf den Mittelstrahl des einfallenden Bündels beschränken. Es ist dies derjenige Strahl, der im ruhenden Glasringe der Reihe nach alle seine äußeren Seiten in der Mitte trifft. Die Gestalt des Glasringes einerseits und die Justierung des einfallenden Bündels andererseits bewirkt, daß ein solcher Strahl in der Mitte des Bündels vorhanden ist. Für diesen Strahl stellen wir die Werte von p, q, m, a für die einzelnen Wege des Strahles zusammen; die mit 0 und 14 überschriebenen Werte beziehen sich auf Wege in Luft vor dem Eintritte und nach dem Austritte; alle anderen Wege liegen in Glas, und der mit 4–10 bezeichnete Weg ist siebenmal anzusetzen; bei dem viermal vorkommenden Werte 1.06357 für $\log q$ ist auf den kleinen Glaskeil (S. 34) Rücksicht genommen worden, durch den das einfallende und austretende Bündel der Grundplatte parallel gerichtet wird.

	0	1	2	3	4–10	11	12	13	14
$\log p$	0.25140_n	0.25140_n	1.22744	1.26045	1.26045	1.26045	1.22744	0.25140_n	0.25140_n
$\log q_1$	—	1.06357_n	0.25140_n	0.67889	0.75592	0.75592	0.92127	1.22744	1.06357
$\log m_1$	—	0.25140_n	1.12055	0.27977	$-\infty$	$-\infty$	0.27977_n	1.12055_n	0.25140_n
a_1	—	0° 0'.0	45° 0'.0	69° 30'.6	72° 37'.35	72° 37'.35	69° 30'.6	45° 0'.0	0° 0'.0
$\log q_2$	1.06357	1.22744	0.92127	0.75592	0.75592	0.67889	0.25140_n	1.06357_n	—
$\log m_2$	0.25140	1.12055	0.27977	$-\infty$	$-\infty$	0.27977_n	1.12055_n	0.25140	—
a_2	0° 0'.0	45° 0'.0	69° 30'.6	72° 37'.35	72° 37'.35	69° 30'.6	45° 0'.0	0° 0'.0	—

Die Rechnung führen wir für 10 Umdrehungen in der Sekunde aus, setzen also $\log\omega = 1.79818$; ferner nehmen wir für die nur für den Eintritt und Austritt des Strahles erforderlichen Brechungsexponenten ν diejenigen Werte an, die sich aus den berechneten Mittelwerten $\mathfrak{M}(1/\nu^2)$ ergeben, und berechnen damit die Werte von v nach der Formel $v = v_0/\nu$; die Werte von λ haben wir aber so anzunehmen, daß die berechneten Mittelwerte $\mathfrak{M}(1/v\lambda)$ entstehen. Hiernach wird

	Grünes Licht	Rotes Licht
$\log\nu$	0.19773	0.19639
$\log v$	10.27919	10.28053
$\log\lambda$	5.53031	5.59871

Hiermit findet man die folgenden Werte für

Grünes Licht

	0	1	2	3	4–10	11	12	13	14
$\log A_1$	—	2.58256_n	1.77039_n	2.19788	2.27491	2.27491	2.44026	2.74643	2.38483
$\log M_1$	—	3.64613	2.17230	3.33264	3.55564	3.55564	3.81740	4.12438	3.44840
$\log R_1$	—	2.83396	3.04145_n	2.93352	$-\infty$	$-\infty$	3.17590_n	4.01749_n	2.63623_n
$\log S_1$	—	2.83396	2.99783_n	3.45833	3.53536	3.53536	3.66770	2.99783_n	2.63623_n
$\log A_2$	2.38483	2.74643	2.44026	2.27491	2.27491	2.19788	1.77039_n	2.58256_n	—
$\log M_2$	3.44840	4.12438	3.81740	3.55564	3.55564	3.33264	2.17230	3.64613	—
$\log R_2$	2.63623	4.01749	3.17590	$-\infty$	$-\infty$	2.93352_n	3.04145	2.83396_n	—
$\log S_2$	2.63623_n	2.99783_n	3.66770	2.53536	2.53536	3.45833	2.99783_n	2.83396	—

Für rotes Licht bleiben die unter 0 und 14 angeführten Werte unverändert, die übrigen aber sind sämtlich um 0.00134 zu verringern. Die Ergebnisse der hiermit ausgeführten Rechnung stellen wir in der folgenden Tabelle zusammen: Untereinander stehend werden immer zwei Zahlen angegeben, davon bezieht sich die erste auf die von k freien, die zweite auf die in $(-k)$ multiplizierten Glieder. Wir geben die fünfstellig berechneten Werte der Platzersparnis wegen, und weil es ausreicht, auf vier Stellen:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Grünes Licht.													
og δa_1	3.0304n	2.2062n	1.8748n	1.8748	1.8748n	1.8748	1.8748n	1.8748	1.8748n	1.8748	1.8748n	2.4924	2.9650
	2.5826n	2.3696n	2.0658	2.0658n	2.0658	2.0658n	2.0658	2.0658n	2.0658	2.0658n	2.0658	0.1783	2.7890
og δm_1	3.8595n	3.6865	4.1909n	4.1345	4.3744n	4.2868	4.4684n	4.3993	4.5456n	4.4886	4.6112n	4.4530	4.4828n
	3.3451n	2.8645n	3.1783	3.9751n	4.0124	4.2631n	4.2827	4.4347n	4.4480	4.5574n	4.5675	4.5950n	4.1051
og δm_2	4.2630	3.8326n	4.3185	4.2173n	4.4239	4.3467n	4.5087	4.4462n	4.5797	4.5271n	4.5694	4.2287n	4.2200
	3.7782	3.7684	3.7670n	4.1425	4.1682n	4.3573	4.3732n	4.5004	4.5119n	4.6078	4.5441n	4.2894	4.0889n
og$(\delta q_1+\delta q_2)$	4.1115	3.9915n	4.5367	4.4586n	4.6806	4.5985n	4.7698	4.7041n	4.8437	4.7890n	4.8677	4.5861n	4.3323
	3.6277	3.7791	3.8447n	4.3475	4.3780n	4.5935	4.6110n	4.7495	4.7619n	4.8641	4.8328n	4.7045	3.9546n
og$v(\delta t_1+\delta t_2)$	3.5049	4.0937n	4.5474	4.4586n	4.6806	4.5985n	4.7698	4.7041n	4.8437	4.7890n	4.8727	4.6144n	4.0706
	2.8909n	3.8157	3.5331n	4.4098	4.3106n	4.6299	4.5729n	4.7753	4.7353n	4.8840	4.8093n	4.7090	4.1470n
$\frac{v}{\lambda}(\delta t_1+\delta t_2)$	+0.0189	−0.0732	+0.2080	−0.1696	+0.2827	−0.2340	+0.3471	−0.2984	+0.4116	−0.3628	+0.4400	−0.2427	+0.0694
	−0.0046	+0.0386	−0.0201	+0.1515	−0.1206	+0.2515	−0.2206	+0.3515	−0.3206	+0.4516	−0.3802	+0.3018	−0.0827

$$\delta\varphi = +0.3970 - 0.3971\,k.$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Rotes Licht.													
og δa_1	3.0299n	2.1997n	1.8843n	1.8843	1.8843n	1.8843	1.8843n	1.8843	1.8843n	1.8843	1.8843n	2.4936	2.9628
	2.5812n	2.3683n	2.0645	2.0645n	2.0645	2.0645n	2.0645	2.0645n	2.0645	2.0645n	2.0645	0.1769	2.7876
og δm_1	3.8586n	3.6838	4.1897n	4.1354	4.3757n	4.2902	4.4713n	4.4041	4.5496n	4.4943	4.6160n	4.4600	4.4856n
	3.3438n	2.8632n	3.1770	3.9737n	4.0111	4.2617n	4.2814	4.4334n	4.4467	4.5561n	4.5662	4.5937n	4.1038
og δm_2	4.2613	3.8316n	4.3186	4.2197n	4.4261	4.3509n	4.5122	4.4515n	4.5841	4.5332n	4.5744	4.2347n	4.2243
	3.7768	3.7671	3.7657n	4.1412	4.1669n	4.3560	4.3718n	4.4991	4.5105n	4.6065	4.5427n	4.2880	4.0875n
og$(\delta q_1+\delta q_2)$	4.1108	3.9899n	4.5362	4.4603n	4.6824	4.6024n	4.7730	4.7092n	4.8479	4.7949n	4.8726	4.5928n	4.3351
	3.6263	3.7778	3.8433n	4.3462	4.3767n	4.5921	4.6097n	4.7482	4.7605n	4.8628	4.8314n	4.7031	3.9532n
og$v(\delta t_1+\delta t_2)$	3.5061	4.0920n	4.5469	4.4603n	4.6824	4.6024n	4.7730	4.7092n	4.8479	4.7949n	4.8775	4.6206n	4.0767
	2.8895n	3.8144	3.5317n	4.4085	4.3093n	4.6286	4.5716n	4.7739	4.7339n	4.8827	4.8079n	4.7076	4.1456n
$\frac{v}{\lambda}(\delta t_1+\delta t_2)$	+0.0162	−0.0623	+0.1775	−0.1454	+0.2425	−0.2017	+0.2988	−0.2580	+0.3550	−0.3142	+0.3801	−0.2103	+0.0601
	−0.0039	+0.0329	−0.0171	+0.1291	−0.1027	+0.2142	−0.1879	+0.2994	−0.2731	+0.3846	−0.3238	+0.2570	−0.0705

$$\delta\varphi = +0.3383 - 0.3382\,k.$$

Nimmt man mit Herrn *Harress* an, daß die Strahlen n rotierenden Mittel die geradlinige Gestalt behielten, die e im ruhenden Mittel haben, und schreibt man dement- prechend die durch die Rotation bewirkte Veränderung der eiten nur der durch die Mitführung entstehenden Verände- ıng der relativen Geschwindigkeit auf den unveränderten Vegen zu, so entsteht die Formel

$$\delta\varphi = 2(1-k)\,\omega\,\frac{\sum p\,q}{\lambda\,v}$$

ie sich inhaltlich von der Formel, die Herr *Harress* auf . 59 angibt, nur durch die Veränderung von k in $1-k$ nterscheidet. Mit dem Werte

$$\log \sum p\,q = 3.30918$$

ei dem ich auch die von Herrn *Harress* weggelassenen eiden äußersten Wege im Glasringe berücksichtigt habe, nde ich für die beiden Farben die Werte

$$\delta\varphi = 0.3971\,(1-k) \qquad \delta\varphi = 0.3382\,(1-k).$$

Es war im Hinblicke auf den idealen Fall, den der pparat nach Möglichkeit zu realisieren strebt, eine gewisse hnlichkeit dieser Zahlen mit den für den wirklichen Fall eltenden von vornherein zu erwarten; daß sich aber die Annahme über die unveränderliche Gestalt der Strahlen, die für die einzelnen Wege zwischen zwei optisch wirkenden Flächen ganz unzutreffend ist, für die Gesamtheit der Wege mit dem alle Stellen der Rechnung umfassenden, hohen Grade der Annäherung als zulässig erweist, ist sehr überraschend. Eine auf einer analytischen Untersuchung beruhende Erklärung dieser nahen Übereinstimmung habe ich nicht gefunden; ich muß sie deshalb in der unbestimmten Bedeutung des Wortes als zufällig ansehen.

Bei unserer Berechnung ist auf das gläserne Mittelstück, das an der Rotation teilnimmt, keine Rücksicht genommen worden. Ein Strahl jedes der beiden Teilbündel legt darin, viermal gebrochen und fünfmal reflektiert, sieben Wege zwischen je zwei optisch wirkenden Flächen, teils senkrecht, teils parallel zur Rotationsachse zurück. Auf dreien dieser sieben Wege ist der Einfluß der Rotation auf beide Teilbündel gleich, sodaß eine Veränderung der Phasendifferenz auf ihnen nicht eintritt. Die übrigen vier Wege, die teils der Rotationsachse parallel, teils zu ihr senkrecht liegen, liefern zu der Veränderung der Phasendifferenz durch die Rotation Anteile, die sich auf den einzelnen Wegen entgegenwirken; hierdurch und durch den Umstand, daß die Wege kurz sind und in der Nähe der Rotationsachse liegen, vermindert sich nach Möglichkeit der Anteil des Mittelstückes an der Veränderung der Phasendifferenz durch die Rotation. Ich vermute, nach Schätzung, daß dieser Anteil nur einen nicht großen Teil eines Prozentes der durch den Glasring hervorgerufenen Veränderung der Phasendifferenz betragen werde. Eine wirkliche Berechnung dieses Anteiles würde die allerdings nicht gerade schwere, aber doch sehr verwickelte Ausdehnung der Formeln von den hier eingehaltenen zwei auf drei Dimensionen und die Ausführung einer nicht einfachen numerischen Rechnung erfordern, von der ich um so mehr glaube absehen zu dürfen, als die Veranlassung zu einer solchen Erweiterung bei einer etwaigen Wiederholung der Beobachtungen vielleicht durch eine andere Anordnung der Zuleitung und Ableitung des Bündels beseitigt werden könnte. Dadurch, daß wir die Rechnung, die eigentlich Mittelwerte der Phasendifferenz für alle Strahlen eines Bündels von einer in der Schrift nicht näher bezeichneten Breite ergeben müßte, auf den Mittelstrahl beschränkt haben, mag vielleicht noch ein weiterer, nicht ganz unmerkbarer Fehler entstehen, besonders weil dem ungestörten Mittelstrahle ein Minimum der Weglänge im Glasringe zugehört; dieser Fehler ist aber vermutlich noch wesentlich geringer als der aus der Vernachlässigung der Wirkung des Mittelstückes entstehende.

Wir haben noch zu berücksichtigen, daß die beiden ursprünglich in dem einfallenden Bündel vereinigten Teilbündel nach dem Austritte aus dem Glasringe eine von der Rotation beeinflußte Neigung gegeneinander haben. Der Einfluß der Rotation auf den Winkel des austretenden Strahles gegen die Flächennormale läßt sich mit dem letzten der angeführten Werte der Größen δa_2, indem man ihn als δa_0 annimmt, nach der Formel

$$\delta\alpha_1 = \delta a_1 - A_1 = \nu\,\delta a_0 - 2\nu A_0 + A_1 + k\nu A_0$$

berechnen, indem man die letzten der früher angeführten Werte der Größen A_2, A_1 als Werte von A_0, A_1 ansieht. Man findet dadurch für grünes und rotes Licht

$$\delta\alpha_1 = -0''000126 + 0''007568\cdot k$$
$$\delta\alpha_1 = -0''000035 + 0''007522\cdot k$$

und, wenn man für k die Werte $1 - 1/\nu^2$ benutzt, so wird $\delta\alpha_1 = +0''004397$ und $\delta\alpha_1 = +0''004442$. Die Unterschiede der Drehung des Apparates während der Durchlaufszeiten der beiden Teilbündel sind Größen zweiter Ordnung in ω; indem diese außer Betracht bleiben, ändert sich der Neigungswinkel der beiden Teilbündel gegeneinander durch die Rotation um $2\delta\alpha_1$. Ist nun die Streifenbreite (die gegenseitige Entfernung zweier aufeinanderfolgender Interferenzstreifen) gleich b, so bewirkt die Rotation die durch die Formel

$$\frac{\delta b}{b} = \delta\varphi = -2\frac{b}{\lambda}\,\delta\alpha_1$$

bestimmte doppelte Verschiebung δb der Interferenzstreifen, und der entsprechende Teil von $\delta\varphi$ muß mit dem richtig Vorzeichen zu dem bereits ermittelten Teile von $\delta\varphi$ hinz gefügt werden. Nun wird aber mit $b = 187\cdot 10^{-4}$ (S. 3 $\lambda = 580\cdot 10^{-7}$ und $\delta\alpha_1 = +0''0044$ der unmerkbare We $\delta\varphi = 0.000014$ erlangt. Dementsprechend konnte au durch die Beobachtungen kein Unterschied der Streife breite bei ruhendem und rotierendem Apparate festgestel werden (S. 36).

Insgesamt scheinen die begangenen Vernachlässigunge im Bereiche der Beobachtungsfehler zu liegen.

Wir vergleichen nun die berechneten Werte von δ mit den direkten Ergebnissen der Beobachtungen. He *Harress* gibt die einzelnen Werte von δb mit dem Arg mente z an, das die Anzahl der Sekunden Sternzeit b zeichnet, in denen 50 Umdrehungen des Apparates ausg führt werden. Den für die theoretische Rechnung angenon menen 10 Umdrehungen in einer Sekunde mittlerer Ze gehört also die Zahl $z = 5.0137$ an. Ich entnehme nu die dafür geltenden Werte von $\delta\varphi$ nicht direkt seiner Be rechnung, weil er die einzelnen Werte von δb nicht m gleichen Gewichten dieser Größe selbst, sondern mit gleiche Gewichten der Produkte $z\delta b$ zu Mittelwerten vereinigt ha Ich finde mit den richtigen Gewichten für die vier Serie und für das gesamte Material für $\delta\varphi$ die folgenden Mitte und ihre wahrscheinlichen Fehler:

Grünes Licht	Rotes Licht
0.1681 ± 0.002017	0.1353 ± 0.001558
0.1730 ± 0.001597	0.1367 ± 0.001221
0.1649 ± 0.001563	0.1391 ± 0.001188
0.1622 ± 0.001389	0.1377 ± 0.000725
0.1666 ± 0.000799	0.1366 ± 0.000517

Setzt man diese beobachteten Werte den theoretisch berechneten gleich, so erhält man unter Beifügung schon früher ermittelter Werte die folgenden Zahlen

	Grünes Licht	Rotes Licht
k	0.5802 ± 0.0020	0.5964 ± 0.0015
$1 - \frac{1}{\nu^2}$	0.5977	0.5952
$1 - \frac{1}{\nu^2} - \frac{\lambda}{\nu}\frac{\partial\nu}{\partial\lambda}$	0.6210	0.6120

Es hat also den Anschein, daß der Mitführungskoeffizient in Glas der *Fresnel*schen Formel entspreche, und vom astronomischen Standpunkte wird man mit diesem Ergebnisse zufrieden sein können, weil dann die durch die *Lorentz*sche Formel drohende Schwierigkeit in der Erklärung der Unabhängigkeit der Aberration von der Bewegung der Mittel wegfällt.

Sternwarte Kiel, Mai 1914.

Paul Harzer.

Eros. 1914 Juni 29: $13^h 18^m 43^s$ m. Z. Kgst. α 1914.0 $23^h 54^m 56^s\!.04$ δ 1914.0 $+5^\circ 20' 39''\!.5$; für Refraktion korrigiert. *Mündler. Wolf.*

Berichtigung zu A. N. 4737 Bd. 198 p. 152. Bei den Beobachtungen von Komet 1914 b (*Zlatinsky*) am Coll. Romano in Rom $\log p\cdot\Delta$ in Dekl. statt 9.588, 0.088, 0.299 lies 0.853, 0.807, 0.763.

Geschlossen 1914 Juli 6. Herausgeber: H bold. Druck von C. Schaidt. Expedition: Kiel, Moltkestr. 80.