et entre autres dans le département du Gers, dès le mois de juin 1871 ». M. le Président du Conseil général du Gers écrit à M. le Ministre pour lui faire observer qu'il serait entièrement inexact d'affirmer que *toutes les vignes* de ce département aient été détruites par le fléau.

M. le Secrétaire perpétuel fait observer que les deux faits signalés, d'une part par M. Planchon, de l'autre par M. le Président du Conseil général du Gers, ne sont nullement contradictoires. Personne n'a dit que dans ce département toutes les vignes auraient péri; on y a signalé seulement la présence du *Phylloxera*.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement des planètes autour du Soleil, d'après la loi électrodynamique de Weber.* Note de M. F. TISSERAND, présentée par M. Bertrand.

« Dans cette loi, la force qui produit le mouvement de la planète autour du Soleil est

$$F = \frac{fm\mu}{r^2}\left(1 - \frac{1}{h^2}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2}{h^2} r \frac{d^2r}{dt^2}\right),$$

où f est la constante de l'attraction universelle, m la masse de la planète, μ la somme de cette masse et de celle du Soleil, r la distance de la planète au Soleil, et h la vitesse avec laquelle l'attraction se propage dans l'espace.

» L'intégration des équations du mouvement a été faite rigoureusement à l'aide des fonctions elliptiques; en partant de cette solution, on pourrait obtenir des formules approchées qui seraient d'un usage commode pour la mise en nombre. Toutefois on arrivera plus rapidement au but en posant

$$F = \frac{fm\mu}{r^2} + F_1$$

et regardant F_1 comme une force perturbatrice; il suffira, dès lors, de faire varier les constantes du mouvement elliptique.

» Voici les équations du mouvement troublé :

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f\mu x}{r^3} + X &= 0,\\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{f\mu y}{r^3} + Y &= 0,\\ \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{f\mu z}{r^3} + Z &= 0,\end{aligned}\right\} \quad \text{où} \quad \left\{\begin{aligned} X &= \frac{f\mu}{h^2}\frac{x}{r^3}\Omega;\\ Y &= \frac{f\mu}{h^2}\frac{y}{r^3}\Omega;\\ Z &= \frac{f\mu}{h^2}\frac{z}{r^3}\Omega;\\ \Omega &= -\frac{dr^2}{dt^2} + 2r\frac{d^2r}{dt^2}.\end{aligned}\right.$$

» Les équations du mouvement elliptique s'obtiennent en faisant, dans les équations (1), $X = Y = Z = 0$. Supposons effectuée l'intégration de ces équations, et soient pris pour les éléments elliptiques : a le demi-grand axe, e l'excentricité, φ l'inclinaison, θ la longitude du nœud, ϖ celle du périhélie, et ε celle de l'époque. On aura, pour le cas actuel, les formules déterminant les variations des constantes, en prenant les formules bien connues et y remplaçant la dérivée $\frac{dR}{dp}$ de la fonction perturbatrice par rapport à un élément quelconque p par $X\frac{dx}{dp} + Y\frac{dy}{dp} + Z\frac{dz}{dp} = R_p$.

» Or on a

$$R_p = \frac{f\mu}{h^2}\frac{\Omega}{r^3}\left(x\frac{dx}{dp} + y\frac{dy}{dp} + z\frac{dz}{dp}\right) = \frac{f\mu}{h^2}\frac{\Omega}{r^2}\frac{dr}{dp};$$

l'expression du rayon vecteur dépendant seulement de a, e, $\varepsilon - \varpi$, on a

$$\frac{dr}{d\varphi} = 0, \quad \frac{dr}{d\theta} = 0, \quad \frac{dr}{d\varepsilon} = -\frac{dr}{d\varpi},$$

et, par suite,

$$R_\varphi = 0, \quad R_\theta = 0, \quad R_\varepsilon = -R_\varpi.$$

On trouvera facilement les formules suivantes :

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{da}{dt} = -\dfrac{2}{na}R_\varepsilon, & \dfrac{d\theta}{dt} = 0, \\ \dfrac{de}{dt} = -\dfrac{1-e^2}{na^2 e}R_\varepsilon, & \dfrac{d\varpi}{dt} = -\dfrac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}R_e, \\ \dfrac{d\varphi}{dt} = 0, & \dfrac{d\varepsilon}{dt} = \dfrac{2}{na}R_a - \dfrac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}\left(1-\sqrt{1-e^2}\right)R_e. \end{cases}$$

» On remarque sur ces formules (2) que φ et θ ne sont pas altérés par la force perturbatrice, ce qui est évident *à priori;* mais ce qui l'est moins, c'est que le paramètre ne change pas non plus. On a, en effet,

$$\frac{d[a(1-e^2)]}{dt} = -\frac{2}{na}(1-e^2)R_\varepsilon + 2ae\frac{1-e^2}{na^2 e}R_\varepsilon = 0.$$

» Pour nous faire une idée de la valeur des perturbations, nous allons développer ces perturbations en séries, procédant suivant les sinus et cosinus des multiples de l'anomalie moyenne ζ, en négligeant les puissances de e supérieures à la première.

» Occupons-nous d'abord de Ω, qui contient le terme $r\frac{d^2r}{dt^2}$; or on a

$$r\frac{d^2r}{dt^2} = -\left(\frac{dr}{dt^2}\right)^2 + x\frac{d^2x}{dt^2} + y\frac{d^2y}{dt^2} + z\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2},$$

ou bien, avec une approximation tout à fait suffisante,

$$r\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{dr^2}{dt^2} - \frac{f\mu}{r} + f\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right);$$

il en résulte

$$\frac{\Omega}{r^2} = 2f\mu\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{ar^2}\right) - \frac{3}{r^2}\frac{dr^2}{dt^2},$$

expression qui se développe comme il suit :

$$\frac{\Omega}{r^2} = n^2 e\left[2\cos\zeta + \frac{e}{2}(1 + 11\cos 2\zeta)\right] + \ldots -$$

» On a ensuite

$$R_a = \frac{f\mu}{h^2}\frac{\Omega}{r^2}\frac{dr}{da} = \frac{2f\mu}{h^2}n^2 e\cos\zeta + \ldots,$$

$$R_e = \frac{f\mu}{h^2}\frac{\Omega}{r^2}\frac{dr}{de} = -\frac{f\mu}{h^2}n^2 ae\left[1 + \cos 2\zeta + \frac{3e}{4}(3\cos\zeta + 5\cos 3\zeta)\right] + \ldots,$$

$$R_\varepsilon = \frac{f\mu}{h^2}\frac{\Omega}{r^2}\frac{dr}{d\varepsilon} = \frac{f\mu}{h^2}n^2 ae^2\sin 2\zeta + \ldots,$$

et l'on en déduit, en négligeant toujours e^2,

$$\frac{da}{dt} = 0, \qquad \frac{d\theta}{dt} = 0,$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{f\mu}{h^2}\frac{ne}{a}\sin 2\zeta, \qquad \frac{d\varpi}{dt} = \frac{f\mu}{h^2}\frac{n}{a}\left[1 + \cos 2\zeta + \frac{3e}{4}(3\cos\zeta + 5\cos 3\zeta)\right],$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0, \qquad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4f\mu}{h^2}\frac{ne}{a}\cos\zeta,$$

d'où, en intégrant,

$$\delta\alpha = 0, \qquad \delta\theta = 0,$$

$$\delta e = \frac{f\mu}{h^2}\frac{e}{2a}\cos 2\zeta, \qquad \delta\varpi = \frac{f\mu}{h^2}\frac{n}{a}t + \frac{f\mu}{h^2}\frac{1}{a}\left[\frac{1}{2}\sin 2\zeta + \frac{9e}{4}\sin\zeta + \frac{5}{4}e\sin 3\zeta\right],$$

$$\delta\varphi = 0, \qquad \delta\varepsilon = \frac{4f\mu}{h^2}\frac{e}{a}\sin\zeta.$$

» Nous voyons donc que les perturbations des éléments sont nulles ou périodiques, à l'exception de celle de $\delta\varpi$ qui contient une partie séculaire. On verra plus loin que les parties périodiques sont tout à fait insensibles dans les diverses hypotheses qu'on peut faire sur la valeur de h, de telle sorte que nous arrivons à la conclusion suivante :

» Dans la loi de Weber, les éléments restent les mêmes que dans la loi de Newton; la longitude du périhélie seule se trouve augmentée de $\frac{f\mu}{h^2}\frac{n}{a}t$, quantité d'autant plus grande que la planète est plus rapprochée du Soleil.

» Considérons le cas de Mercure. En prenant le jour solaire moyen pour unité de temps, le demi-grand axe de l'orbite de la Terre pour unité de distance, on trouve

$$\delta\varpi = \frac{(1,05160)}{h^2}t.$$

» Si nous admettons que h ait la même valeur que dans les expériences de Weber sur l'électricité, à savoir $h = 439450 \times 10^6$ avec la seconde et le millimètre pour unités, nous aurons d'abord avec nos unités

$$\log h = 2,40805 \quad \text{et} \quad \delta\varpi = (\bar{4},23550)\,t;$$

au bout d'un siècle, on trouve

$$\delta\varpi = +6'',28;$$

pour Vénus, on aurait seulement

$$\delta\varpi = +1'',32.$$

» Si l'on supposait h égal à la vitesse de propagation de la lumière, on aurait

$$\log h = 2,23948$$

et ensuite

Pour Mercure, et en un siècle........ $\delta\varpi = +13'',65$
Pour Vénus, et en un siècle.......... $\delta\varpi = +2'',86$

» Pour montrer que les termes périodiques sont négligeables, il suffit de prendre le plus fort de tous, celui de $\delta\varpi$, savoir $\frac{f\mu}{2ah^2}\sin 2\zeta$; on trouve que son coefficient n'atteint pas 0'',003. »

ASTRONOMIE. — *Éphéméride et éléments de la planète* (122). Note de M. Stéphan, présentée par M. Yvon Villarceau.

« Je prends la liberté de vous envoyer une éphéméride et les éléments de l'orbite de la planète (122), découverte par M. Peters, à Clinton, le 31 août dernier. Ces éléments ont été calculés avec deux observations faites à Clinton les 31 août et 3 septembre, et une troisième fois ici même par moi, le 17 courant.