Un Nuevo Principio de Conservación de la Energía

Alejandro A. Torassa

(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

En mecánica clásica, este trabajo presenta un nuevo principio de conservación de la energía que es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y que puede ser aplicado en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Definiciones de Trabajo, K y U

Si consideramos un sistema de N partículas entonces el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas, la energía cinética total K del sistema de partículas y la energía potencial total U del sistema de partículas, son como sigue:

$$W = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} + \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\bar{\mathbf{r}}_i + \Delta \, \frac{1}{2} \, \mathbf{F}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right)$$

$$\Delta K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \Delta \left(\frac{1}{2} \, m_i \, \bar{\mathbf{v}}_i \cdot \bar{\mathbf{v}}_i + \frac{1}{2} \, m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right)$$

$$\Delta U = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} - \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\bar{\mathbf{r}}_i + \Delta \, \frac{1}{2} \, \mathbf{F}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i \right)$$

donde $\bar{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}$, $\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{cm}$, $\bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm}$, $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$ y $\mathbf{a}_i$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la i-ésima partícula, $\mathbf{r}_{cm}$, $\mathbf{v}_{cm}$ y $\mathbf{a}_{cm}$ son la posición, la velocidad y la aceleración del centro de masa del sistema de partículas, m_i es la masa de la i-ésima partícula y $\mathbf{F}_i$ es la fuerza resultante que actúa sobre la i-ésima partícula.

Teoremas de K y U

En un sistema de N partículas, el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas es igual al cambio en la energía cinética total K del sistema de partículas.

$$W = +\Delta K$$

En un sistema de N partículas, el trabajo total W realizado por las fuerzas conservativas que actúan sobre el sistema de partículas es igual y de signo opuesto al cambio en la energía potencial total U del sistema de partículas.

$$W = -\Delta U$$

Conservación de la Energía

En un sistema de N partículas, si las fuerzas no conservativas que actúan sobre el sistema de partículas no realizan trabajo entonces la energía (mecánica) total del sistema de partículas permanece constante.

$$K + U = constante$$

Observaciones Generales

El nuevo principio de conservación de la energía es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

El nuevo principio de conservación de la energía puede ser aplicado en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

El nuevo principio de conservación de la energía sería válido incluso si la tercera ley de movimiento de Newton fuera falsa en un sistema de referencia inercial.

El nuevo principio de conservación de la energía sería válido incluso si las tres leyes de movimiento de Newton fueran falsas en un sistema de referencia no inercial.

Anexo

Trabajo y Energía Potencial

Si consideramos un sistema aislado de N partículas y si la tercera ley de Newton es válida entonces el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas y la energía potencial total U del sistema de partículas, son como sigue:

$$W = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} + \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i + \Delta \, \frac{1}{2} \, \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \right)$$

$$\Delta U = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} - \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i + \Delta \, \frac{1}{2} \, \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \right)$$

donde $\mathbf{r}_i$ es la posición de la i-ésima partícula y $\mathbf{F}_i$ es la fuerza resultante que actúa sobre la i-ésima partícula.

Energía Cinética

Si consideramos un sistema de N partículas entonces la energía cinética total K del sistema de partículas puede también ser expresada como sigue:

$$K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2} \, m_i \, \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i - \frac{1}{2} \, m_{cm} \, \mathbf{v}_{cm} \cdot \mathbf{v}_{cm} + \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2} \, m_i \, \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{r}_i - \frac{1}{2} \, m_{cm} \, \mathbf{a}_{cm} \cdot \mathbf{r}_{cm}$$

o bien:

$$K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \sum_{j>i}^{\mathrm{N}} \left(\frac{1}{2} \, \frac{m_i \, m_j}{m_{cm}} \, (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) + \frac{1}{2} \, \frac{m_i \, m_j}{m_{cm}} \, (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right)$$

donde $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{a}_i$, $\mathbf{r}_j$, $\mathbf{v}_j$, $\mathbf{a}_j$, $\mathbf{r}_{cm}$, $\mathbf{v}_{cm}$, $\mathbf{a}_{cm}$ son las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de la i-ésima partícula, de la j-ésima partícula y del centro de masa del sistema de partículas y m_i, m_j, m_{cm} son las masas de la i-ésima partícula, de la j-ésima partícula y del centro de masa del sistema de partículas.