the general science journal

Author: Mohamed MIMOUNI.
20 Rue kadissia Oujda 60000 Maroc.
Email1: mimouni.mohamed@gmail.com
Email2: m_mohamed64@yahoo.fr
Comments : 4 pages.
Subj – Class : La théorie de la complexité.
Abstract: Je donne l'algorithme polynomial pour résoudre CLIQUE.

Cet algorithme, permet de trouver la clique maximum dans un graphe simple non orienté, se qui implique que NP=P.

Note:

La prouve qu'il s'agit d'un algorithme polynomial et universel sera au fur et à la mesure de la présentation de cet algorithme.

La clé

Soit **G** un graphe simple non orienté, **S** un sommet donner et **C** une clique dans **G.**

S pourra être ajouté à **C** ?

Ce problème de décision est un problème polynomial déterministe, parce que la réponse "oui" si tous les sommets de **C** sont relier a **S**, se qui est en temps polynomial, alors que la réponse "non" si au moins un sommet de **C** qui n'est pas relier à **S**.

L'algorithme

Soit **G** un graphe simple non orienter qui contient **n** sommets.

Chaque sommet pourra être au moins dans une clique. On note chaque clique par des nombres successifs.

Alors voici les étapes:

1^{er} partie

1. Le premier sommet $\mathbf{S_1}$ sera dans le clique1.
2. On prend le deuxième $\mathbf{S_2}$, s'il est relié à $\mathbf{S_1}$ il sera dans clique1, si non il sera dans clique2.
3. On prend le troisième $\mathbf{S_3}$, si il est relier à tous les sommets de clique1 il sera dans clique1, si il est relier a tous les sommets de clique2 il sera dans clique2, si non il sera dans clique3.
4. On fait se procédure pour tous les sommets: si un sommet est relier avec tous les sommets d'un même clique il sera ajouter à ce clique, si non il ne sera pas ajouter (il est en temps polynomial).
5. Faire les étapes de 1 à 4, une autre fois: pour assurer que chaque sommet est bien placé, dans toutes les cliques trouvées.

$2^{ème}$ partie

La première partie, distribue les arrêts d'un graphe, dans des cliques séparer les un au autres. D'apprêt cette note, on obtient plusieurs cliques, mais la première partie ne détecte pas toutes les cliques, alors une deuxième procédure doit être. Cette fois on cherche un sous graphe de **G**, qui contient les arrêts qui ne sont pas dans les cliques trouvé dans la première partie.

Avec cette remarque, on fait l'algorithme une autre fois pour le sous graphe. Et on arrête quand on trouve un seul groupe-cliques.

La première partie, localise des cliques pseudo maximum[1], alors pour trouver les autres cliques, on cherche les arrêts qui ne se trouvent dans aucunes cliques.

La prouve

L'algorithme, a la fonction de trouver plusieurs cliques dans un graphe; la procédure se fait dans un temps polynomial, parce que a chaque tour on a un sommet et plusieurs cliques; l'algorithme test si on peut ajouter un sommet dans des cliques ou pas, ce qui est polynomiale.

Cependant il peut que pendant la première partie, on ne trouve pas la clique maximum. Des cliques non détecter par cet algorithme, et la solution est de trouver les arrêts qui ne sont pas traité et cela est polynomial.

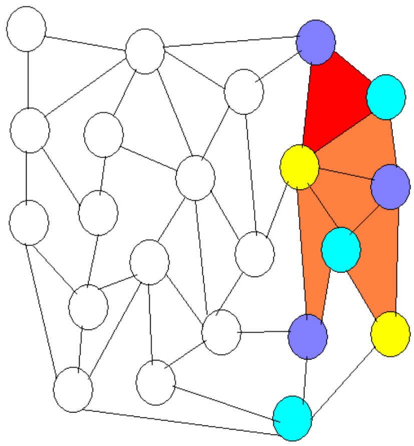
Le cas le plus critique, est le cas au le graphe, ne peut pas être modifié. Dans cette cas on modifier l'ordre des traitements des sommets, d'une manière que $\mathbf{S_1}$ et $\mathbf{S_2}$ seront conjoint et que l'arrêt ($\mathbf{S_1}$, $\mathbf{S_2}$), n'est pas dans aucune clique trouver dans la première partie.

[1] Une clique dont on ne peut pas ajouter aucun sommet, mais qui n'est pas la clique maximum.

Le problème de 3 couleurs.

On va étudier le cas d'un graphe planaire dont la clique maximum est de taille 3.

On note les trois couleurs par des nombres (1, 2 et 3). Puisque le graphe est planaire, et il n'a pas un 4-clique; alors le graphe contient des 3-cliques et si on prend une, elle sera coloré par les trois couleurs, et on peut avoir des sommets qui seront coloré obligatoirement (fig. 1).



Dans cette figure, a partie de la coloration du 3-clique rouge, d'autre sommets seront colorée obligatoirement.

L'ensemble des sommets colorée de cette manière forment une zone de coloration obligatoire simple.

Zone de coloration obligatoire simple :

Si on donne à un triangle les couleurs 1,2 et 3, on peut trouver des arrêts qui seront coloré d'une manière obligatoire, après avoir tous les zones on a le résultat suivant :

a- il y a une zone avec 4 couleurs, cela applique que G ne peut être colore avec 3 couleurs.

b- Il n y a pas des zones avec 4 couleurs, on ne peut rien dire…

Zone de coloration obligatoire composée :

Une zone est dite composée si il contient 2 ou plus des zones simples de tel manière que la coloration de zone i oblige la coloration du zone j, après avoir tous les zones on a le résultat suivant :

a- il y a une zone avec 4 couleurs, cela applique que G ne peut être colore avec 3 couleurs.

b- Il n y a pas des zones avec 4 couleurs, alors G est colorer avec 3 couleurs.

La prouve que 3-couleurs est dans P.

Pour ce problème, il y a deux possibilité: le graphe est colorée avec trois couleurs, ou avec quatre couleurs.

Dans le cas ou le graphe ne peut être colorée avec quatre couleurs; le problème est **Co-NP**. Cela veut dire que si on peut prouver que le graphe est colorée avec quatre couleurs dans un temps polynomiale, alors **NP=P**.

Dans le cas ou le graphe G, est coloré avec quatre couleurs, il existe donc au moins un sommet qui sera colorerais avec le 4. Ce sommet est reliée avec trois sommets colorient avec 1, 2 et 3 obligatoirement. Donc les quatre sommets seront dans un même zone de coloration obligatoire, qu'il soit simple ou composer.

Pour G qui a **n** sommets, le nombre des zones simples est polynomiale par n. la prouve est que le nombre des 3-cliques dans G, égale à **(n-3)*2**, pour n≥4. Alors que deux zones ne peuvent pas avoir un 3-clique commun, ce qui veut dire que le nombre des zones simples est polynomiale par rapport au nombre des 3-cliques.
Pour les zones composer on cherche seulement les zones composer avec trois zone simple au maximum.
Donc l'algorithme de coloration du graphe est le suivant:

Algorithme de coloration avec trois couleurs.

1. Déterminer tous les zones de coloration obligatoire.
2. Faire colorer tous les zones.
3. Faire colorer tous les sommets restant.

Comme mentionner an haut déterminer tous les zones est polynomiale; la coloration se fait d'une manière obligatoire donc polynomiale. Et enfin les sommets restant pouvant être colorée facilement.

Conclusion

La coloration d'un graphe avec trois couleur est polynomiale déterministe. Et ce problème est **NP-complet** donc **NP=P**.

Si en général le graphe planaire à le 4-clique, ce qui est facile à trouver, alors il (le graphe) ne pourra pas être colorée avec trois couleur.